

Processteknik för bioteknik- och livsmedelsindustri

Pumpning av vätskor med komplex reologi

VT 1 2006

Handledare: Elena Bayod

**Grupp 4B
Zandra Björklund
Jens Carlsson
Andreas Håkansson
Beatrice Yang**



Sammanfattning

Projektrapporten syftar till att ta fram ett verktyg för att förutsäga tryckfallet för pumpning av en vätska med komplex reologi, i detta fall tomatpasta. För att uppnå detta presenteras först ett generellt avsnitt om reologi och därefter ett om tomatpasta. Gruppen väljer att fokusera på tre modeller för att förklara komplex reologi, Power-law (Ostwald de Waele), Herschel-Bulkley och Casson. För dessa modeller härleds sambandet mellan tryckfall och flödes hastighet. För att göra detta krävs en hel del förenklingar och antaganden, som presenteras utförligt i rapporten. Två experiment utförs; i det första undersöks tomatpastans reologi för att skatta de reologiska parametrarna för de olika modellerna, i det andra undersöks tryckfallet experimentellt utifrån flödes hastigheten. Till sist undersöks hur väl de experimentella resultaten sammanfaller med de som förutsagts i modellen. Slutsatsen är att överensstämmelsen är god mellan modell och experiment.

Innehållsförteckning

Sammanfattning	2
1. Inledning	4
1.1 Sammanfattning av mål och förenklingar	4
2. Reologi	5
2.1 Newtonska fluider	5
2.2 Icke-newtonska fluider	5
3. Tomatpasta	7
3.1 Hot-break och Cold-break	7
4. Teoretisk härledning av tryckfallsmodellen	10
4.1 På tal om tryck	10
4.2 Att bestämma medelhastighet som funktion av tryckfall	11
5. Temperaturförändringar i fluidet	15
5.1 Den radiella temperaturprofilen	16
5.2 Den longitudinella temperaturprofilen	18
6. Laborationsutförande	19
7. Resultat och diskussion	21
7.1 Torrhaltsbestämning	22
7.2 Densitetsberäkningar	21
7.3 Viskositetsmätningar	21
7.4 Rörexperimentet	25
7.5 Temperaturpåverkan	26
7.6 Diskussion kring simuleringsverktygets validitet	26
8. Slutsatser	28
9. Källförteckning	29
Bilaga 1. Försöksplan	30
Experimentellt förfarande	30
Riskanalys	31
Bilaga 2. MATLAB-kod	32
Grafiskt simuleringsverktyg	39
Bilaga 3. Rådata från torrhaltsbestämning	44
Bilaga 4. Rådata från rotameterexperiment	45

1. Inledning

Förflyttning av vätskor från en plats till en annan inom livsmedelstekniska processer är ofta en förutsättning för en effektiv löpande produktion. Detta kan vid första anblick verka vara ett trivialt förfarande men vid handhavande av vätskor med icke-newtonsk reologi försvåras proceduren avsevärt. Projektgruppen har därför fått till uppgift att studera tryckfallet i en rörledning vid pumpning av en vätska med komplex reologi, i detta fall cold-break tomatpasta. Vidare ska gruppen skapa ett simuleringsverktyg för att kunna simulera och förutse detta tryckfall.

Via litteraturstudier av tidigare utförda experiment med tomatpasta valdes tre modeller för att beskriva reologin av fluidet; Power-law (Ostwald de Waele), Herschel-Bulkley samt Casson [2],[3],[4], vilka ligger till grund för den prediktionsmodell gruppen ska skapa för att simulera tryckfallet i rörledningen. Dessa modeller innehåller temperaturberoende konstanter varför en energibalans ställts upp över ett tvärsnitt av röret för att studera hur mycket friktionen påverkar temperaturen och därmed reologin för vätskan.

Gruppen bestämde sig på ett tidigt stadium för att om möjligt arbeta med en utspädd tomatpasta eftersom en utspädning gör fluidet mer newtonskt, vilket skulle kullkasta syftet med projektet. Olyckligtvis klarade inte tryckmätningstrustningen av att registrera det höga tryck som uppstod i den tidiga delen av röret vid pumpning av en koncentrerad pasta varför en utspädning var nödvändig för vidare studier.

För att uppnå målet att skapa ett simuleringsverktyg har projektgruppen inledningsvis bedrivit litteraturstudier, främst av vetenskapliga artiklar hämtade från databaser via Lunds Universitets bibliotek, varefter modellen ställts upp och programmerats i beräkningsprogrammet Matlab. För att kunna tillämpa och verifiera programmet ska två laborativa moment utföras; ett för att bestämma pastans reologi, och därmed konstanterna till de tre reologiska modellerna, samt ett för att verifiera tryckfallsmodellen över rörledningen.

Som stöd åt projektgruppen har institutionen för livsmedelsteknologi vid Lunds Tekniska Högskola ställt en handledare till gruppens förfogande som närvarar vid de veckovisa möten då gruppen stämmer av och planerar fortskridandet av projektet.

1.1 Sammanfattning av mål och förenklingar

Mål:

Att konstruera ett simuleringsverktyg för att förutsäga tryckfall vid pumpning av en vätska med komplex reologi.

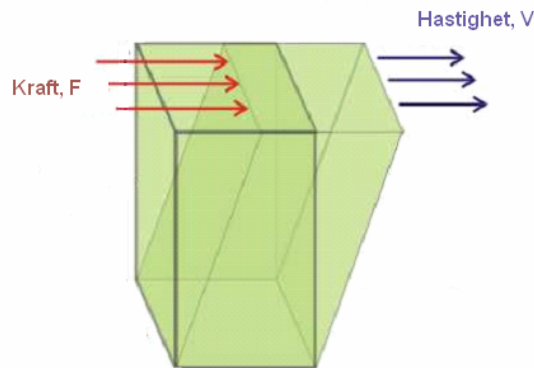
Förenklingar:

- Flödet är helt laminärt
- Reologin av fluidet är tidsberoende
- Fluidet är kontinuerligt
- Endast rörfriktion i ett rakt rör modelleras.

2. Reologi

Reologi är läran om materialets deformation och flytegenskaper. Man mäter storheter som exempelvis viskositet, elasticitet och flytgränser. De reologiska egenskaperna baseras på flödet och deformation av materialet. Med kunskap om både reologiska egenskaper och struktur kan man förklara såväl processegenskaper som konsistens.

När materialet eller fluidet utsätts för en deformation uppstår en skjuvspänning, τ . Detta sker då man t.ex. drar en platta över ett skikt av fluidet och då häftas fluidet vid och följer med plattan samtidigt som det häftar vid den stillastående bottenplattan. På detta sätt skjuvas fluidet och en hastighetsprofil uppstår. Beroende på fluidets viskositet krävs det olika kraft för att dra plattan med en viss hastighet (se figur 1). Ju högre hastighet desto högre är skjuvhastigheten. Vid laminär strömning kan ett samband erhållas mellan skjuvspänningen (τ) och skjuvhastigheten (du/dy), om detta samband är linjärt är fluidet newtonskt och i annat fall icke-newtonskt. [5]



Figur 1. Illustrering av skjuvningsbegreppet.

2.1 Newtonska fluider

Som sagts ovan är newtonska fluider linjära i sambandet mellan skjuvspänningen och skjuvhastigheten. Gaser och vätskor som beter sig som vatten är newtonska. Viskositeten är konstant även om det sker ändringar i skjuvspänningen eller skjuvhastigheten, men inte om t.ex. temperatur eller tryck ändras.

2.2 Icke-newtonska fluider

De flesta suspensioner och dispersioner är icke-newtonska. Dessa har ingen entydig viskositet utan den förändras med skjuvhastigheten. Icke-newtonska fluider kan delas in i tidsberoende, tidsberoende samt viskoelastiska fluider. Viskoelastiska fluider uppvisar både viskösa och elastiska egenskaper, t.ex. geler. Tidsberoende fluider förändras både med bearbetningsgraden och med tiden den bearbetas. Tidsberoende fluider kan ytterligare delas in i Binghamplastiska och Power-law fluider (Ostwald de Waele fluider).

För Binghamplastiska fluider krävs det en initialkraft för att fluidet ska börja flyta. Power-law fluider kan antingen bli mer lättflytande eller trögflytande ju mer det bearbetas beroende på om det är en pseudoplastisk ($n < 1$) eller dilatant fluid ($n > 1$) (se figur 2). Power-law modellen [1],[4],[5] kan beskrivas enligt:

$$\tau = K \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (1)$$

där τ är skjuvspänning, du/dy är skjuvhastighet och där n är ett mått på fluidets uppförande (kallas även Power-law-konstant), ju närmare 1 desto mer liknar det ett newtonsk fluidum.

Andra modeller som kan användas för att beskriva icke-newtonska fluider, speciellt tomatpasta är Casson och Herschel-Bulkley [2],[3]. Viskositeten hos Cassonfluidum minskar med ökande skjuvhastigheten när initialkraften τ_0 överskrids. När initialkraften har överskridits beter sig ett Cassonfluidum som en pseudoplastisk fluid. För Cassonfluidum gäller [1],[6] :

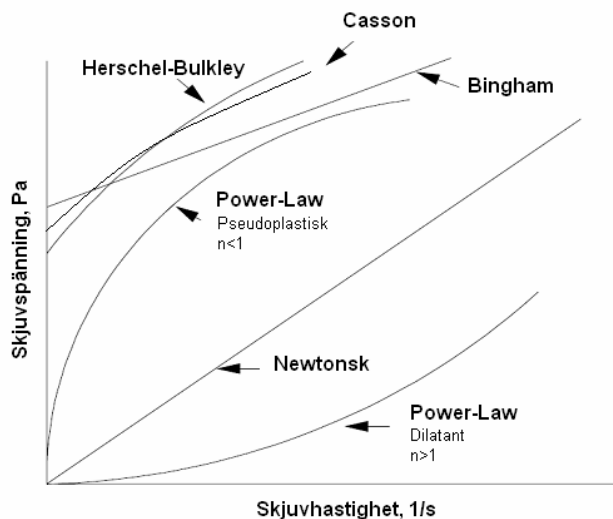
$$\tau = \left(\sqrt{\tau_0} + K \sqrt{\frac{du}{dy}} \right)^2 \quad (2)$$

där τ är skjuvspänning, τ_0 är initialkraften, du/dy är skjuvhastighet och K är ett konsistensindex.

Ett fluidum kan också beskrivas av Herschel-Bulkleymodellen [1],[6] som beskrivs enligt:

$$\tau = \tau_0 + K \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (3)$$

där n är ett mått på fluidets uppförande. Ju närmre 1 n är desto mer lik är den ett Binghamplastiskt fluidum.



Figur 2. Schematisk illustration av olika flytkurvor.

3. Tomatpasta

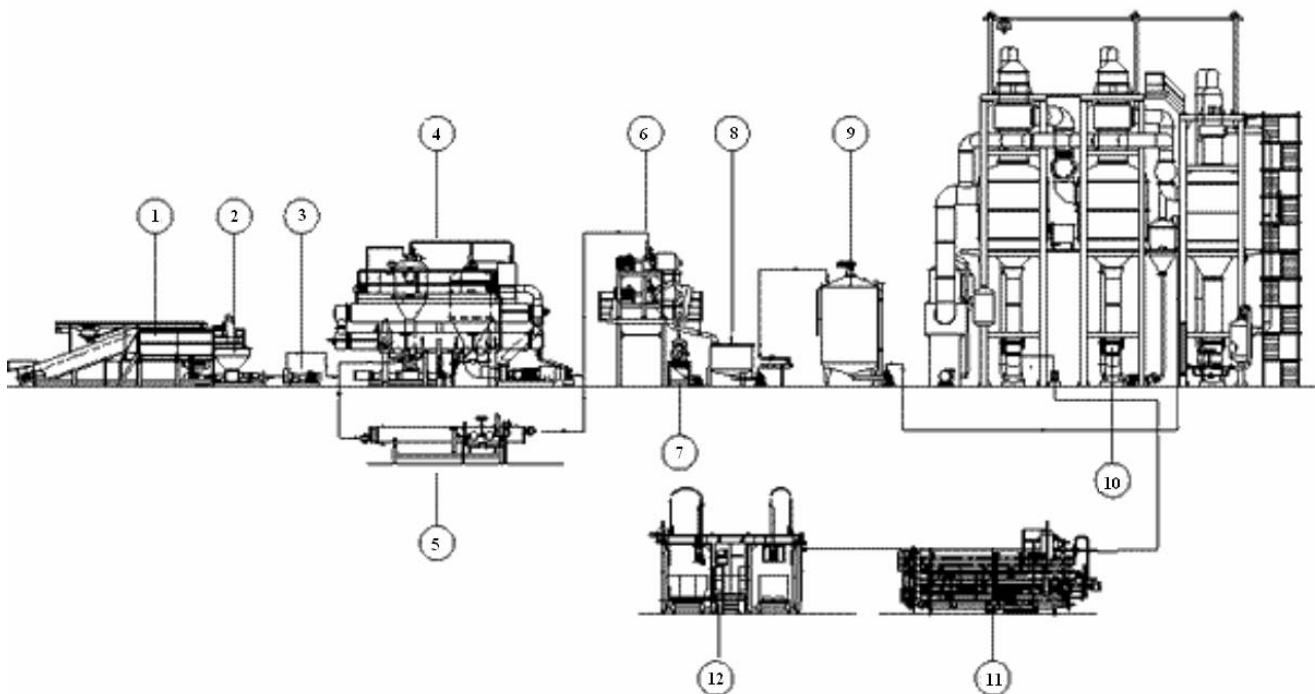
Enligt vetenskapen om naturkrafterna, definieras en pasta, som en substans som beter sig som ett solitt objekt, tills en tillräckligt stark kraft eller påfrestning appliceras på objektet, då börjar det flöda som en vätska. [10]

Pasta-lösningar består av små partiklar i ett ”bakgrundsfluidum”. De små partiklarna i suspensionen klumpar ihop sig och bildar en besvärlig, stel och glansig struktur, vilket ger pastan dess initiala solida karaktär. Det faktum att pastans små partiklar klumpar ihop sig, är det som ger pastan dess unika egenskaper. [10]

3.1 Hot-break och Cold-break

Tomatpasta är en tjock pasta gjord av mogna tomater, vars skal och kärnor avlägsnats. Beroende på hur denna pasta processas, kan den användas vid produktion av allt från tjockflytande ketchup till lättflytande tomatjuice.

Det finns två typer av tomatpasta; hot-break och cold-break, dessa karakteriseras av sättet de tillverkas på. Nedan visas ett processschema som åskådliggör hur produktionen av tomatpasta kan gå till (se figur 3).



Figur 3. Exempel på process för tillverkning av tomatpasta. [8]

Processen [8]

- A. Tomater lastas av från lastbil till ett sorteringsbord, där rengöring och kvalitetskontroll äger rum (1). Det är viktigt att bli av med diverse oönskade objekt, såsom löv, ogräs, ruttna och skadade delar, då dessa påverkar den slutliga produktens kvalitet.
- B. Efter sorteringen, samlas de hela tomaterna i en tank, för att sedan med hjälp av en pump (2), tillföras ett s.k ”chopping-system”, där tomaterna hackas till mindre bitar (3).
- C. Därefter processas tomaterna antingen i en hot-break enzym-inaktiverande enhet (4) eller en cold-breakvärmande enhet (5), beroende på kundens önskemål. Processerna går praktiskt taget ut på att mata in nyhackade tomater i en vakuumbehållare, där syrehalten sänks till ett minimum (olika beroende på hur kraftigt vakuum som finns). Frånvaron av syre förebygger oxidering av produkten, varför färg på produkten är oförändrad. Därefter förs produkten snabbt vidare till en värmeväxlare där den hastigt värms upp till en bestämd temperatur.
- D. Efter värmebehandlingen, förs de bearbetade tomaterna vidare till ett raffinaderi (6), där stora partiklar (kärnor och skal) avskiljs. Resultatet blir en förädlad juice, som samlas i en separat behållare (8) och avfall (skal och kärnor). Avfallet vidarebehandlas för att ta tillvara den återstående juicen (7).
- E. Både uppsamlingstanken (8) och förvaringstanken (9) (som möjliggör steril förvaring av produkt) har till uppgift att mata evaporatorn med tomatjuice konstant och kontinuerligt med hjälp av en centrifugalpump. Uppkoncentreringsfasen, under evaporeringsprocessen (10), möjliggör produktion av produkter med olika koncentrationer.
- F. Produkten genomgår avslutningsvis en UHT steriliseringsbehandling (Ultra High Temperature) följt av nerkylning (11).
- G. Den slutliga produkten paketeras (12).

Det s.k ”break”-steget är ett väldigt viktigt steg i produktionen av tomatpasta (steg C i processen ovan). Under detta steg värms tomaterna upp väldigt hastigt till en bestämd temperatur. Hot-break tomatpasta värms upp till ungefär 100°C, medan cold-break tomatpasta endast värms upp till ungefär 66°C [7],[2]. Hot-break tomatpasta har en mycket tjock konsistens, men detta på bekostad av en liten förlust i smaken. Cold-break pasta behåller praktiskt taget alla smakämnen, men kan däremot inte tillverkas med lika hög konsistens.

Skillnaden i de olika produkternas egenskaper beror på aktiviteten hos de tre enzymerna; polymetylesteras, polygalakturonas och lipoxygenas. Enzymerna polymetylesteras och polygalakturonas har som funktion att bryta ner den kemiska substansen pektin. Pektin är en naturligt förekommande förening som binder ihop cellerna i tomater. Enzymet lipoxygenas spelar en avgörande roll för smaken hos produkten. [9]

I hot-break processen, inaktiveras de pektin-nedbrytande enzymerna, vilket förhindrar att pektin bryts ner [2], varför man kan erhålla en mer viskös produkt. Även det smakrelaterade enzymet lipoxygenas inaktiveras under en hot-break process.

Under en cold-break process består samtliga ovannämnda enzymaktiviteter. Eftersom polymetylesteras och polygalakturonas inte denatureras, bryts pektinet i tomaterna ner vilket ger en mindre viskös produkt. Emellertid innebär lipoxygenas "överlevnad" att smaken blir rikare hos cold-break produkter.

Vardera huvudtyp kan sedan produceras i en mängd olika konfigurationer exempelvis baserad på skillnader i koncentration. Koncentrationen kan då anges i måttet NTSS (Natural Tomato Soluble Solids). Tomatpasta med 25 % NTSS, innehåller 25 % tomatprodukt och 75 % vatten. Detta kan jämföras med en mogen tomat som ungefär innehåller 10 % tomatprodukter och 90 % vatten. Hot-break tomatpasta kan inte innehålla lika hög koncentration NTSS som cold-break tomatpasta. Hot-break tomatpasta innehåller 21-31 % NTSS, medan cold-break tomatpasta kan innehålla uppemot 31-37 % NTSS. I Europa används främst koncentrationsmättet Brix som kan jämföras med NTSS, Brix tar dock hänsyn till saltinnehållet i produkten. [9]

4. Teoretisk härledning av tryckfallsmodellen

Projektuppgiften består i att ta fram en modell som kan förutsäga tryckfallet i ett rör där tomatpasta pumpas. En rad parametrar är av betydelse för tryckfallets storlek. Bland dem kan till exempel nämnas pastans sammansättning, aktuell temperatur, vid vilken temperaturen pastan tillverkats, vilken typ av tomat som använts och flödes hastigheten i röret. Att använda alla dessa parametrar explicit för att förutsäga tryckfallet i ett rör är varken möjligt inom projektets ramar eller det som är mest intressant. Det har visats att alla parametrarna ovan utom flödes hastigheten inverkar på fluidets reologiska egenskaper [2],[3], dvs. påverkar parametrarna i de reologiska modeller som presenterades ovan i avsnitt 2.2. Modelleringen kan alltså delas upp i två steg. Första steget är att relatera fluidets inre egenskaper (sammansättning m.m.) till de reologiska parametrarna, andra steget att relatera reologin till tryckfallet. Med tanke på projektuppgiftens utformning med en given tomatpasta är andra steget i modelleringen av störst intresse, därav avgränsningen att bara se hur de reologiska egenskaperna påverkar tryckfallet. En teoretisk härledning för hur detta samband kan se ut presenteras nedan.

4.1 På tal om tryck

För ett inkompressibelt fluidum som strömmar i ett horisontellt rör mellan två punkter, 1 och 2, kan flödet beskrivas med Bernoullis ekvation [4],[5] :

$$p_1 + k_1 \frac{\rho \bar{v}_1}{2} = p_2 + k_2 \frac{\rho \bar{v}_2}{2} + \Delta p_f \quad (4)$$

I ekvationen ovan betecknar p_i trycket i punkten i , \bar{v}_i medelhastigheten i röret i punkt i , ρ densiteten och Δp_f tryckfallet till följd av friktion i röret. Vid konstant hastighet blir ekvationen:

$$p_1 = p_2 + \Delta p_f \quad \Leftrightarrow \quad \Delta p := p_1 - p_2 = \Delta p_f \quad (5)$$

Friktionen i röret beskrivs av Δp_f som är beroende av hastigheten. Teorin för hur friktionstryckfallet beror av medelhastigheten är välkänt och välunderbyggd för Newtonska fluider [3],[4]. Därmed kan man också beräkna funktionen $f_{Newtonsk}$ för vilken $\bar{v} \xrightarrow{f_{Newtonsk}} \Delta p$ explicit.

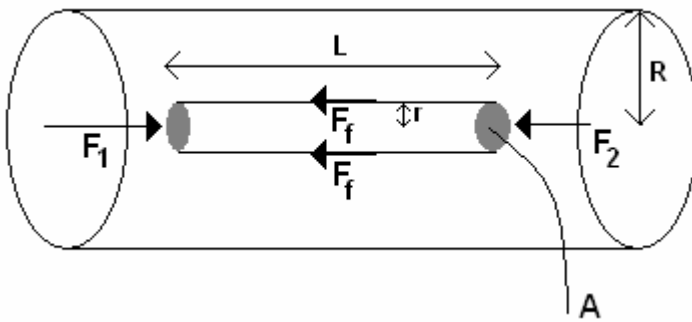
Sambandet blir betydligt mer komplicerat för vätskor vars reologi beskrivs bättre av de olinjära modellerna presenterade i avsnitt 2.2. Nedan visas att det fortfarande går att beräkna en funktion $f_{Icke-Newtonsk}$ $\bar{v} \xrightarrow{f_{Icke-Newtonsk}} \Delta p$ även om den kanske blir implicit angiven. Första steget i denna härledning är att beräkna hastighetsprofilen i en icke-Newtonsk vätska som funktion av tryckfall. Därefter kan relationen erhållas från ett samband mellan hastighetsprofil och medelhastighet.

4.2 Att bestämma medelhastighet som funktion av tryckfall

Arbetet tar sin grund i en enkel variant av kontinuitetsekvationen för kraft.

Betänk ett rör med radien R omslutande ett flödessegment med radien r och längden L (se figur 4). Tre krafter verkar på det lilla röret. Från vänster verkar en kraft F_1 som kan skrivas som tvärsnittsarean gånger trycket före röret. På samma sätt verkar en kraft från höger, F_2 , som kan skrivas som samma area gånger trycket efter röret. Den vänstra kraften motverkas också av en friktionskraft på grund av skjuvkrafter, F_f . Denna kan skrivas som skjuvspänningen, τ , (som bör ses som ett tryck) gånger mantelarean av segmentet. En enkel kraftbalans ger då:

$$F_1 - F_2 - F_f = 0 \iff p_1 \pi r^2 - p_2 \pi r^2 - \tau \cdot 2\pi r = 0 \iff \Delta p \cdot \pi r^2 = \tau \cdot 2\pi r \quad (6)$$



Figur 4. Ett flödessegment med radien r och längd L i ett rör med radien R . Pilarna visar de krafter som verkar på segmentet. Flödet antas ske från vänster till höger.

Ur ekvation 6 kan skjuvspänningen relateras till tryckfallet i röret, avståndet till centrum och längden av röret genom:

$$\tau = \frac{\Delta p \cdot r}{2L} \quad (7)$$

Härledningen ovan är på inget sätt komplett utan en förenkling av en mer generell balans.

De antaganden som krävs för härledningen av ovanstående samband är [4],[6]:

- Stationärt och laminärt flöde.
- Inkompressibelt fluidum.
- Hastigheten av fluidet vid väggen är noll till beloppet.
- Den radiella och tangentiella hastigheten är noll, flödet sker bara longitudinellt.
- Konstant temperatur i volymselementet.
- Fluidet är kontinuerligt.

De listade antagandena är inte orimliga och kan i alla fall användas för att formulera en första modell. Att fluidet är laminärt och inkompressibelt är mycket rimligt med tanke på tomatpastans egenskaper. På samma sätt antas fluidet stå stilla vid rörväggen.

Genom att applicera en konstant pumpkraft kan ett fluidum fås att röra sig mycket stabilt och i enbart en riktning. Detta faktum har bara större giltighet för en viskös vätska som har svårare att accelereras av en kraft.

Temperaturen kan mycket väl öka med bearbetningen på grund av viskös uppvärmning. Denna effekt behandlas utförligare nedan men här skall också påpekas att mycket stora temperaturgradienter också kan ge upphov till icke-longitudinella rörelser på grund av värmediffusion varför en diskussion av ämnet är av stort intresse.

Slutligen antas tomatpasta vara ett kontinuerligt fluidum, eftersom rördimensionerna, i vilket experimentet utförs, är mycket större än partikelstorleken.

Under antagandena ovan kan hastighetsprofilen beräknas för varje modell genom lösandet av en ordinär differentialekvation. Denna erhålles genom att kombinera ekvation 1 ovan med modellerna för skjuvspänningen som diskuterats tidigare i sektion 2.2:

$$\tau = K \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (\text{Power-Law}) \quad (8)$$

$$\tau = \tau_0 + K \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (\text{Herschel-Bulkley}) \quad (9)$$

$$\tau = \left(\sqrt{\tau_0} + K \sqrt{\frac{du}{dy}} \right)^2 \quad (\text{Casson}) \quad (10)$$

Alla modellerna ovan kan skrivas som:

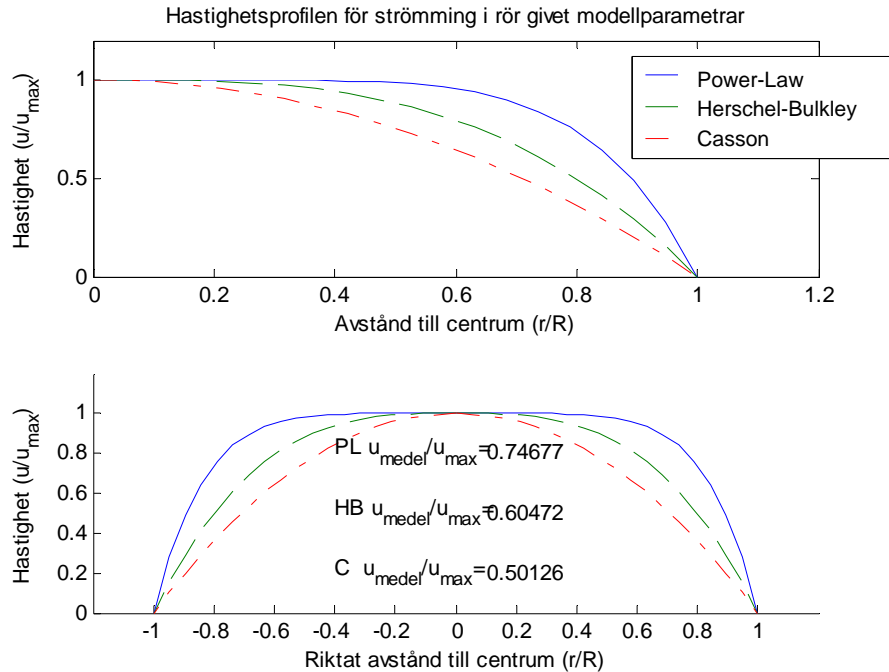
$$\tau = f \left(\frac{du}{dy} \right) \quad (11)$$

med en funktion f för varje modell.

Hastighetsprofilen för den generella modellen kan beräknas genom att lösa den ordinära differentialekvationen:

$$f \left(\frac{du}{dy} \right) = \frac{\Delta p \cdot r}{2L} \quad (12)$$

Genom en blick på modellerna ovan kan man också se att det går att skriva hastighetsgradienten som en explicit funktion av skjuvspänningen varför differentialekvationen kan lösas numeriskt med standardmetoder.



Figur 5. Exempel på generella hastighetsprofiler i ett rör med innerdiameter 14 mm enligt de tre modellerna. Profilerna i figuren har beräknats med sambanden härledda nedan. Reologiska parametrar som nyttjats för Power-Law: $n=0.2$, $K=0.77$. Herschel-Bulkley: $\tau_0=48$ $K=17$ $n=0.5$. Casson: $\tau_0=60$, $K=0.58$. Genererad med *hastprofil.m* som finns bifogad i bilaga 2.

Ekvationen kan också lösas analytiskt för de olika modellerna, vilket är det som behandlas härnäst. Låt oss börja med en lätt omskrivning.

I ekvation (12) ovan används y på vänstra sidan och r på högra för att mäta samma sak, nämligen det radiella avståndet till en punkt i röret. Dessa hänger ihop med:

$$y = R - r \quad \Rightarrow \quad dy = -dr$$

Denna förändring gör att ekvation (12) övergår i:

$$f\left(-\frac{du}{dr}\right) = \frac{\Delta p \cdot r}{2L} \tag{13}$$

Power-Law

$$K\left(-\frac{du}{dr}\right)^n = \frac{\Delta p \cdot r}{2L} \Leftrightarrow -\left(\frac{\Delta p \cdot r}{2LK}\right)^{1/n} = \frac{du}{dr} \Rightarrow du = -\left(\frac{\Delta p \cdot r}{2LK}\right)^{1/n} dr \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \int_{u=u}^0 du = \int_{r=r}^R -\left(\frac{\Delta p \cdot r}{2LK}\right)^{1/n} dr \Rightarrow u(r) = \frac{n}{n+1} \frac{2LK}{\Delta p} \left(\frac{\Delta p}{2LK}\right)^{n+1/n} \left(R^{n+1/n} - r^{n+1/n}\right) \tag{14}$$

Herschel-Bulkley

$$\tau_0 + K \left(-\frac{du}{dr} \right)^n = \frac{\Delta p \cdot r}{2L} \Leftrightarrow -\left(\frac{\Delta p \cdot r}{2LK} - \frac{\tau_0}{2LK} \right)^{1/n} = \frac{du}{dr} \Rightarrow du = -\left(\frac{\Delta p \cdot r}{2LK} - \frac{\tau_0}{2LK} \right)^{1/n} dr$$

$$\Leftrightarrow \int_{u=u}^{u=0} du = \int_{r=r}^R -\left(\frac{\Delta p \cdot r}{2LK} - \frac{\tau_0}{2LK} \right)^{1/n} dr$$

$$\Rightarrow u(r) = \frac{n}{n+1} \frac{2LK}{\Delta p} \left[\left(\frac{\Delta p \cdot R - 2L\tau_0}{2LK} \right)^{1/n+1} - \left(\frac{\Delta p \cdot r - 2L\tau_0}{2LK} \right)^{1/n+1} \right] \quad (15)$$

Casson

$$\left(\sqrt{\tau_0} + K \sqrt{-\frac{du}{dr}} \right)^2 = \frac{\Delta p \cdot r}{2L} \Leftrightarrow -\left(\sqrt{\frac{\Delta p \cdot r}{2L}} - \sqrt{\tau_0} \right)^2 \frac{1}{K^2} = \frac{du}{dr} \Rightarrow$$

$$du = -\left(\sqrt{\frac{\Delta p \cdot r}{2L}} - \sqrt{\tau_0} \right)^2 \frac{1}{K^2} dr \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \int_{u=u}^0 du = \frac{1}{K^2} \int_{r=r}^R -\left(\sqrt{\frac{\Delta p \cdot r}{2L}} - \sqrt{\tau_0} \right)^2 dr = -\frac{1}{K^2} \int_{r=r}^R (a\sqrt{r} - b)^2 dr \quad (16)$$

Detta innebär att

$$a := \sqrt{\frac{\Delta p}{2L}} \quad \text{och} \quad b := \sqrt{\tau_0}$$

Det kan visas att en primitiv funktion till $(a\sqrt{r} - b)^2$ är:

$$\frac{1}{2} a^2 \cdot r - \frac{4}{3} a \cdot b \cdot r^{3/2} + b^2 r \quad (17)$$

därmed gäller:

$$\int_{u=u}^0 du = -\frac{1}{K^2} \int_{r=r}^R (a\sqrt{r} - b)^2 dr \Leftrightarrow u(r) = \frac{1}{K^2} \left(\frac{3a^2 \cdot R - 8abR^{3/2} + b^2 R}{6} - \frac{3a^2 \cdot r - 8abr^{3/2} + b^2 r}{6} \right) \quad (18)$$

Dessa samband har använts för att beräkna hastighetsprofilerna i figur 5 ovan för att visa exempel på hur de olika modellerna motsvarar olika flödesprofiler (observera normerad skalning).

Av speciellt intresse är medelhastigheten i röret eftersom denna är direkt relaterad till flödet som är en mycket viktig parameter i optimeringsarbetet av en process. Utifrån hastighetsprofilen kan denna beräknas integralt (jämför hur masscentrum beräknas för en kropp) genom:

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi \cdot R^2} \cdot \int_V 2\pi r \cdot u(r) dr = \frac{2}{R^2} \int_V r \cdot u(r) dr \quad (19)$$

Denna integral existerar för de $u(r)$ som presenterats eftersom de alla är potensekvationer av r av formen: $u(r) = A(B + \sum_j C_j r^j)$ med konstanter A , B och C_j .

Nedre delen av figur 5 ovan visar för det valda exemplet hur stora medelhastigheterna är i förhållande till maxhastigheterna för de olika modellerna.

Om $u(r)$ från de olika reologiska modellerna nu sätts in i (19) erhålls en implicit formulering av $\bar{v} \xrightarrow{\text{ficko-Newton}} \Delta p$. Med andra ord: med numeriska metoder (ekvationslösning) kan funktionen ovan användas som ett simuleringsverktyg för en given medelhastighet (eller ett givet flöde) beräkna det korresponderande tryckfallet. (Ett MATLAB-skript som gör detta finns bifogat i två versioner i bilaga 2; *SimulTryckfall.m*, och *Tryck_gui.m*)

5. Temperaturförändringar i fluidet

Härledningen i avsnitt 4.2 bygger på ett antal förenklingar. Av dessa kan särskilt antagandet om konstant temperatur i ett volymssegment ifrågasättas eftersom fluidet i fråga är väldigt visköst.

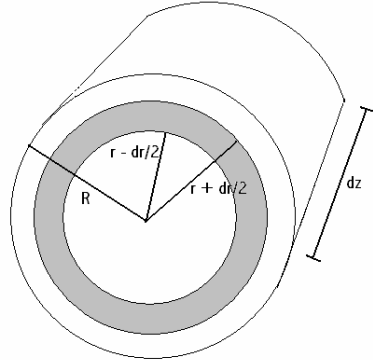
När en viskös vätska pumpas genom ett rör kommer den nämligen att värmas upp till följd av skjuvspänningskrafter i fluidet. Det är rimligt att anta att de reologiska egenskaperna hos ett fluidum också kan påverkas av denna temperaturpåverkan vilket är anledningen till att antagandet om konstant temperatur måste göras för att få någorlunda enkla beräkningar. Detta avsnitt syftar därför till att undersöka hur stora temperaturskillnaderna i röret kan tänkas vara på grund av friktionsuppvärmning. Detta görs genom att beräkna temperaturprofilerna.

Två olika temperaturprofiler i rörvolymen kan tänkas vara av intresse:

- 1) Radiell temperaturprofil. Hastigheten på flödet är som störst i mitten av röret och avtar mot väggen där den kan antas vara noll till beloppet. Detta innebär också att temperaturen förändras radiellt.
- 2) Longitudinell temperaturprofil. Allt eftersom flödet rör sig genom röret kan temperaturen öka på grund av en ackumulation av friktionsenergi. Denna kan bli högst betydlig om röret är långt.

5.1 Den radiella temperaturprofilen

Beakta ett volymselement av röret med bredd Δz som utgör ett annulärt skikt (skuggat område i figur 6) av tjocklek Δr centrerat kring radien r .



Figur 6. Illustration av ett annulärt skikt i röret.

En energibalans över elementet kan generellt uttryckas:

$$In + Prod = Ut + Ack \quad (20)$$

I allmänhet kommer ett skikt längre ut från centrum att vara varmare än ett närmare centrum eftersom hastigheten är högst i centrum. Ett uttryck för den energi som flödar in i volymen under en liten tid Δt kan därför skrivas:

$$In = \alpha \cdot \Delta T_{r+\Delta r/2} \cdot A_{r+\Delta r/2} \cdot \Delta t \quad (21)$$

I ekvationen ovan betecknas med ΔT_x temperaturskillnaden mellan de skikt som har sin skiljelinje i $r = x$ och A_x gränssytan mellan dem. Konstanten α betecknar värmediffusiviteten [$W/(m^2 \cdot ^\circ C)$].

På samma sätt kan Ut-termen skrivas:

$$Ut = \alpha \cdot \Delta T_{r-\Delta r/2} \cdot A_{r-\Delta r/2} \cdot \Delta t \quad (22)$$

Produktionen av energi i ett masselement till följd av viskös uppvärmning [11] kan ses som två skilda termer, en resulterande från friktion mot det inre skiktet och den andra mot det yttre skiktet:

$$Prod = \tau_{r+\Delta r/2} \cdot u_{r+\Delta r/2} \cdot A_{r+\Delta r/2} + \tau_{r-\Delta r/2} \cdot u_{r-\Delta r/2} \cdot A_{r-\Delta r/2} \quad (23)$$

För våra behov är det fullt tillräckligt med att undersöka ett tidsstationärt tillstånd varför ackumuleringen av energi i systemet antas obefintlig.

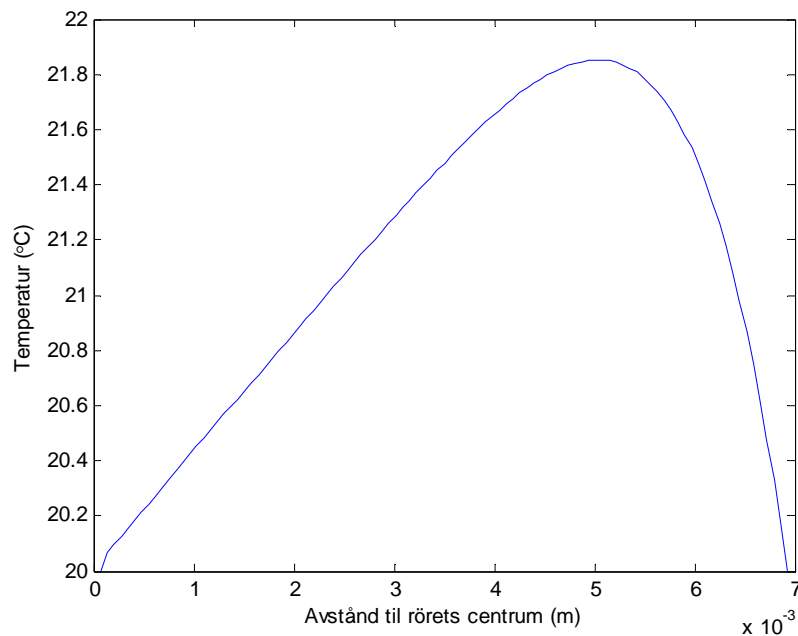
Det framgår ur ovanstående ekvationer att skjuvspänningen (τ) såväl som hastighetsprofilen $u(r)$ måste vara kända för att en lösning skall kunna beräknas. För denna approximativa beräkning används Power-Laws modell för att beskriva skjuvspänningen. Från tidigare (avsnitt 4.2) vet vi att detta också medför att hastighetsprofilen kan beräknas. Som tidigare nämnts är det inte orimligt att modellens parametrar ändras med temperatur men som ett första antagande ansätts de till konstanta.

Ett större problem utgör värmediffusiviteten α . Denna kan visserligen uppskattas genom korrelationer mellan olika enhetslösa tal men eftersom bara ett stationärt tillstånd är av intresse och ej dynamiken kan man se att dess värde (inom rimliga gränser) inte har någon betydelse för resultatet (värden mellan 10^{-10} och 10^7 ger ingen principiell skillnad i profilen, detta inses genom att testa olika värden i scriptet, *vischeat.m*).

En sammanslagning av ekvationerna leder till en diskretiserad differentialekvation:

$$\alpha \cdot \Delta T_{r+\Delta r/2} \cdot A_{r+\Delta r/2} - \alpha \cdot \Delta T_{r-\Delta r/2} \cdot A_{r-\Delta r/2} + \tau_{r+\Delta r/2} \cdot u_{r+\Delta r/2} \cdot A_{r+\Delta r/2} + \tau_{r-\Delta r/2} \cdot u_{r-\Delta r/2} \cdot A_{r-\Delta r/2} = 0 \quad (24)$$

Detta problem löses med MATLAB genom ett iterativt förfarande. Som initialvillkor antas att rörväggens temperatur är konstant lika med yttertemperaturen (Dirichletvillkor). Med rimliga parametrar från litteraturen [12] kan den radiella temperaturprofilen för olika utgångstemperaturer beräknas. I samtliga fall är temperaturökningen högst försumbar. Ett exempel på en profil kan ses i figur 7 nedan.



Figur 7. Radiell temperaturprofil i ett rör med innerradien 7 mm och ett tryckfall på 2 bar över tre meter. Ursprungstemperatur 20° C. Genererad med *vischeat.m* som finns bifogad i bilaga 2.

Förutom att profilen i figur 7 visar att den viskösa uppvärmningen i radiell led är marginell kan man också se att den har ett rimligt utseende bortsett från att temperaturen i centrum är antagen till 20°C för att förenkla beräkningarna. Notera att denna förenkling inte påverkar storleken av temperaturhöjningen särskilt mycket eftersom temperaturskillnaderna är små, vi vet också att temperaturen skall minska in mot centrum på grund av hastighetsprofilens utseende. I centrum är hastigheten högst varmed viskositeten är lite lägre vilket ger en mindre temperaturökning. Närmast rörväggen är temperaturen också lägre på grund av initialvillkoret att väggen kyls så att den alltid håller samma temperatur. Detta fungerar också som en motivering av Dirichletvillkoret. Eftersom temperaturökningen är högst modest är det rimligt att anta att den inte påverkar rörets temperatur. Antagandet om konstanta reologiska parametrar kan också underbyggas från figur 7, den obetydliga temperaturökningen kan knappast ge någon markant förändring i parametrarna.

5.2 Den longitudinella temperaturprofilen

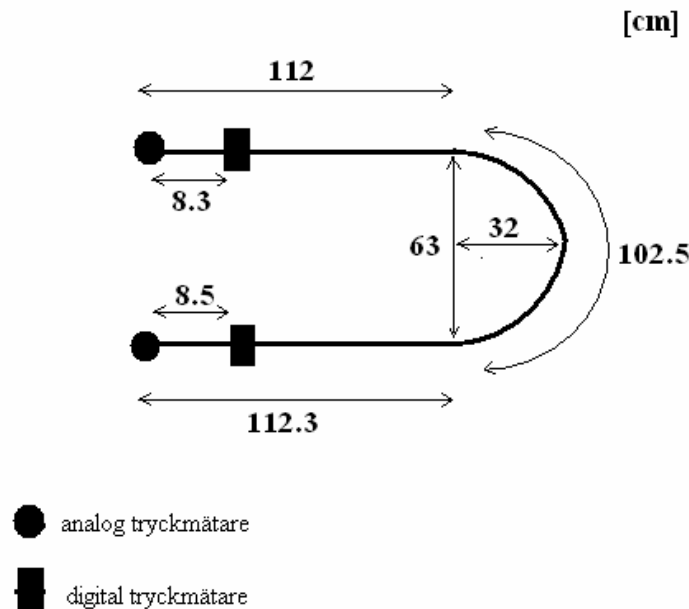
Även om fluidet inte värms upp i någon större utsträckning i radiell led är det fortfarande möjligt att uppvärmningen i longitudinell led är betydelsefull. Att i detalj undersöka denna aspekt kan vara intressant för en mer grundlig utredning. Istället för att titta på detta teoretiskt kommer frågan diskuteras utifrån resultaten.

6. Laborationsutförande

Vi ämnade att studera tryckfallet i en rörledning vid pumpning av tomatpasta vid olika laminära flöden. En försöksplan utarbetades (se bilaga 1) och med vissa korrigeringar och tillägg genomfördes den experimentella delen av projektet. Denna praktiska del kan i stort delas in i fyra delar;

- I. Torrhaltsbestämning
- II. Densitetsbestämning av tomatpasta.
- III. Mätning av skjuvhastigheten och beräkning av olika modellparametrar.
- IV. Experimentell bestämning av tryckfall vid olika flödes hastigheter.

Försöksuppställningen som fanns till vårt förfogande för delexperiment 4 åskådliggörs schematiskt i figur 8.



Figur 8. Försöksuppställningen för rörexperimentet.

- I. Önskan att genomföra experimentet med utspädd tomatpasta visade sig inte vara genomförbart, varför en utspädd variant av produkten tillreddes. I och med detta blev även en torrhaltsbestämning av produkten aktuellt. För att uppskatta torrhalten i den koncentrerade tomatpastan och den utspädda tomatpastan vägdes prover av pastan innan och efter torkning i en ugn (70°C) med undertryck (skapad med vakuum). För dessa resultat antas att viktminskningen enbart beror på vattenmängden i provet.
- II. För att uppskatta densiteten gjordes mätningar både på den koncentrerade tomatpastan och på den utspädda tomatpastan. Beräkning av densiteten (se avsnitt 7) gjordes med hjälp av uppmätning av volym och massa.

III. Uppskattning av modellparametrarna (n och K samt τ_0) gjordes genom att mäta skjuvhastigheterna vid olika skjuvspänningar. Skjuvhastigheterna mättes med en rotationsviskosimeter med en så kallad vane-geometri (propellerliknande rotameterhuvud). Enligt försöksplanen önskade vi variera skjuvhastigheten mellan $1-100 \text{ s}^{-1}$ [13], dock var detta inte praktiskt genomförbart på ett pålitligt sätt. Skjuvhastigheten var en parameter som var svår för apparaturen att kontrollera på ett stabilt sätt, då det inställda värdet fluktuerade. Genom en rad försök bestämdes att skjuvspänningen skulle varieras mellan 50-750 Pa. Vidare visade sig temperaturen vara en parameter som var väldigt lätt att undersöka. Mätresultatets beroende av temperaturen, studerades i ett intervall mellan 18-24°C (ungefärliga rumstemperaturer).

Utifrån detta experimentella arbete och olika modellernas formler (avsnitt 2) kunde parametrarna beräknas. Som mått på avvikelserna mellan modell och mätpunkter minimeras residualkvadratsumman (SSR), som definieras genom:

$$SSR = \sum_{i=1}^I (\tau_{\text{modellerad}} - \tau_{\text{uppmätt}})^2 \quad (25)$$

För Power-law-modellen samt Casson-modellen kunde parametrarna beräknas med vanliga linjäriseringar av respektive samband. Den sista modellen har tre parametrar varför den sista, flytgränsen, bestäms genom att testa olika värden för att se vilket som ger minst residualkvadratsumma.

IV. Genom att ändra varvtalet på pumpen erhöles olika flöden i systemet (ungefär 40-60 ml/s) och därmed också olika tryckfall över den intressanta rörsektionen. Mätningarna genomfördes vid olika pumphastigheter. Det var egentligen tänkt att ungefär fem mätpunkter skulle göras, men p.g.a ett haveri av försöksuppställningen kunde endast tre mätningar göras. Ytterligare komplikationer uppstod under försökets gång. De digitala tryckmätarna fungerade inte, varför avläsningen av tryckfallet istället fick göras analogt. Avläsning av analoga värden, medför tyvärr större osäkerhet och mindre precision i resultatet. Sammanhörande värden på medelhastigheten och tryckfallet mättes. Medelhastigheten mäts indirekt genom att mäta flödet. Flödet kan enkelt bestämmas genom att mäta hur mycket tomatpasta som kommer ut under en känd tidsperiod. För att kontrollera att temperaturen på tomatpastan inte ändras nämnvärt från rumstemperaturen, p.g.a friktion i röret, uppmättes tomatpastans temperatur i början och slutet av varje körning.

7. Resultat och diskussion

7.1 Torrhaltsbestämning

Resultaten från torrhaltsbestämningen presenteras nedan i tabell 1. Utifrån torrhalten i den ursprungliga tomatpastan kan utspädningen beräknas genom att beräkna hur mycket vattenhalten förändrats genom spädning:

Tabell 1. Resultat från torrhaltsbestämning innan och efter utspädningen

Typ	Prov-ID	Torrhalt [%]
Koncentrerad	1	37,3
Koncentrerad	2	38,3
Utspädd	3	22,3
Utspädd	4	22,3

Utifrån tabell 1 kan vi se att pastan har genomgått en utspädning på

$$\left(\frac{22.3 + 22.3}{37.3 + 38.3} \right) = 0.5899 \approx 59 \% \text{ (w/w)}.$$

Information om tomatinnehållet i pastan angavs till 36 Brix av tillverkaren, vilket stämmer överens med våra torrhaltsmätningar.

7.2 Densitetsberäkningar

Metoden för densitetsbedömning presenteras i avsnitt 6. Mätdata och resultat av densitetsberäkningar följer nedan:

Utspädd

$$M_{\text{utspädd+mätglas}} = 40.06 \text{ g}$$

$$V_{\text{utspädd}} = 20 \text{ ml}$$

$$m_{\text{mätglas}} = 18,01 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{m_{\text{utspädd}}}{V_{\text{utspädd}}} = \frac{40,06\text{g} - 18,01\text{g}}{20\text{ml}} = 1,1\text{kg/l}$$

Koncentrerad

$$m_{\text{konc+mätglas}} = 41.44 \text{ g}$$

$$V_{\text{konc}} = 20 \text{ ml}$$

$$m_{\text{mätglas}} = 18,01 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{m_{\text{konc}}}{V_{\text{konc}}} = \frac{41,44\text{g} - 18,01\text{g}}{20\text{ml}} = 1,2\text{kg/l}$$

7.3 Viskositetsmätningar

Primärdata från rotameterexperimenten återfinnes i bilaga 4. Dessa datapunkter används för att skatta parametrarna i de tre modellerna. Denna optimering genomförs med hjälp av en MATLAB-funktion, *hittaTauNoll.m* (se bilaga 2). Resultaten av detta arbete kan ses i tabellerna 2 till 4 nedan.

Tabell 2. Resultat från anpassning av rotameterdata till Power-Law-modellen.

	Power-Law			
	Temp	K	n	SSR
Konc.	18°C	370,84	0,1870	118900
	20°C	308,95	0,1633	126470
	22°C	337,48	0,1735	101250
	24°C	336,90	0,1697	88219
Utspädd	18°C	86,186	0,2008	34967
	20°C	77,863	0,2044	33198
	22°C	77,852	0,2029	36894
	24°C	76,349	0,2115	30717

Tabell 3. Resultat från anpassning av rotameterdata till Herschel-Bulkley-modellen.

	Herschel-Bulkley				
	Temp	K	n	τ_0	SSR
Konc.	18°C	370,84	0,1870	0	118900
	20°C	308,95	0,1633	0	126470
	22°C	337,48	0,1735	0	101250
	24°C	336,90	0,1697	0	88219
Utspädd	18°C	37,357	0,3476	40	28655
	20°C	21,433	0,5836	46	13550
	22°C	21,509	0,4310	46	16974
	24°C	20,628	0,4495	46	12709

Tabell 4. Resultat från anpassning av rotameterdata till Casson-modellen.

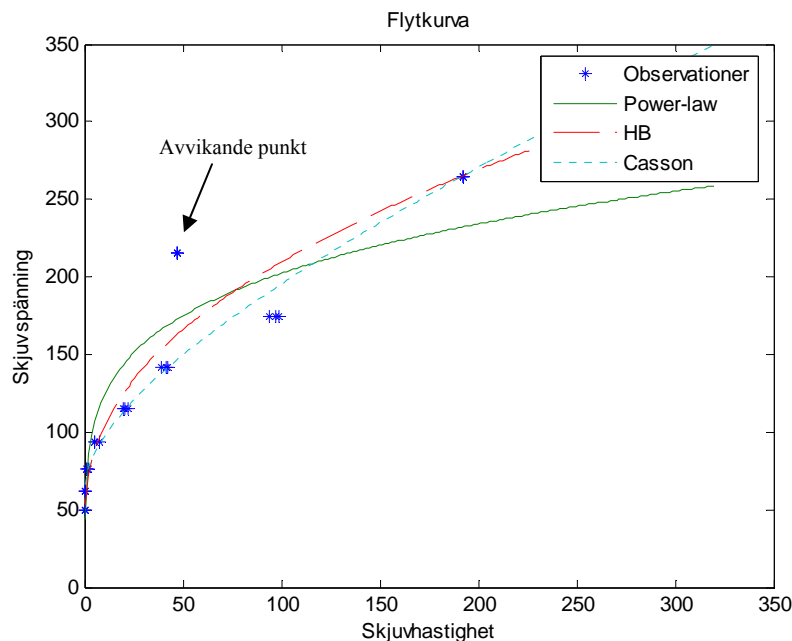
	Casson			
	Temp	K	τ_0	SSR
Konc.	18°C	1,6984	173,35	6.3403e+005
	20°C	1.2964	155,52	4.0875e+005
	22°C	1.4142	168.0077	4.8755e+005
	24°C	1.3655	168.0428	4.9124e+005
Utspädd	18°C	0.6020	71.8370	4.3337e+004
	20°C	0.5836	64.2365	1.8356e+004
	22°C	0.5782	63.9244	1.9478e+004
	24°C	0.5988	63.7843	1.7686e+004

Som synes, har temperaturen ingen signifikant påverkan på parameterskattningarna i de tre olika modellerna, inom detta temperaturintervall.

Det faktum att parameterskattningarna är synbart temperaturoberoende, tillsammans med resultatet från energibalansen från avsnitt 5, medför att vi i simuleringsverktyget för beräkning av tryckfall kan bortse från temperaturvariationer.

Från tabell 3 ser man att flytgränsen för den koncentrerade tomatpastan skattades till noll vilket gör att Herschel-Bulkley sammanfaller med Power-law, detta kan tyckas vara lite märkligt men beror säkerligen på att flytgränsen skattas med en diskret metod med steg om två pascal för Herschel-Bulkley-modellen. En annan konstighet är att flytgränsen är större för den utspädda pastan. Förklaringen till detta har undflytt projektgruppen.

För att illustrera anpassningen av modellerna till mätdata åskådliggörs flytkurvorna för respektive modell i figur 9. I figuren syns en kraftig avvikning runt skjuvhastighet 50 s^{-1} . Denna avvikelse påverkar i sin tur parameterskattningarna och snedvrider resultatet. Därför valdes att göra en anpassning av modellerna till mätdatan, där de avvikande punkterna plockats bort. I tabell 5 återfinnes resultatet från denna anpassning och studeras SSR-värden för de olika modellerna kan man se att data passar mycket bättre till modellerna, framförallt Casson. Därefter är en anpassning till Herschel-Bulkley-modellen bäst, medan Power Law ansluter sämst.

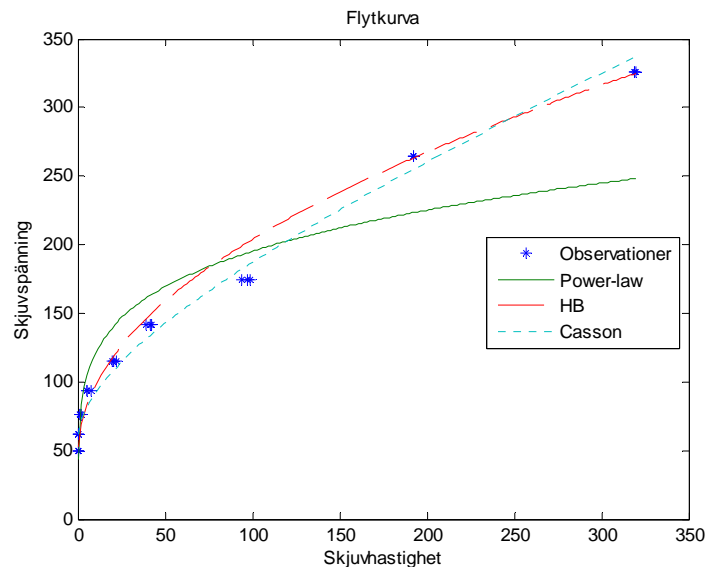


Figur 9. Exempel på anpassning av modeller (24°C utspädd tomatpasta). Notera särskilt att Casson inte är helt felaktig samt att man mycket väl kan tänka sig att Casson har lägre SSR om man utelämnar den avvikande punkten.

Tabell 5. Resultaten från *hittaTauNoll.m* där den avvikande punkten tagits bort.

	Temp	Casson			PL			HB			
		K	τ_0	SSR	K	n	SSR	K	n	τ_0	SSR
Utspädd	18°C	0.5827	66.8029	5.58e+003	84.2930	0.1913	2.01e+004	26.2394	0.4070	46	5.66e+003
	20°C	0.5803	59.9838	2.01e+003	76.7576	0.1996	3.16e+004	16.5843	0.4801	48	3.10e+003
	22°C	0.5757	59.4956	2.61e+003	76.7075	0.1981	3.50e+004	16.6423	0.4741	48	5.56e+003
	24°C	0.5943	59.7750	2.10e+003	75.3492	0.2066	2.92e+004	15.9279	0.4951	48	2.94e+003

Anmärkningsvärt i tabell 5 är att K och n för Power-Law överensstämmer mycket bra med värden som återfinns i befintlig litteratur på området ($K=70$ och $n=0.2$). [12]



Figur 10. Exempel på anpassning av modeller (24°C utspädd tomatpasta) där de avvikande punkterna tagits bort. Notera att Casson nu fungerar bäst efter korrektionen.

Som tidigare påpekats erhöles en avvikande punkt, vilket framgår i figur 9. Det som inte framgår är att detta inte är *en* punkt utan tre överlappade. Från var och en av våra tre replikat finns en sådan punkt. Detta gäller inte bara för exemplet i figur 9 utan vid alla temperaturer (se bilaga 4). Denna avvikelse uppkommer dock inte vid samma skjuvspänning eller skjuvhastighet vid alla temperaturer. Regelbundenheten i avvikelsen gör att den inte kan anses vara slumpmässig. I bästa fall beror den på något problem just i dessa punkter men troligare är kanske att den återspeglar ett systematiskt fel i mätningarna. Det är av stort intresse att undersöka varför det här händer men det ligger utanför projektets mål och kanske framförallt tidsramen. Istället förs här en kort diskussion om tänkbara orsaker. Under experimentet gjordes vissa iakttagelser som kan fungera som grund för diskussionen.

Vid de högsta skjuvspänningarna noterades att pastan tenderade att rinna över koppen. Detta kan ha tre förklaringar. Antingen att densiteten varierar betydande med kompression vilket är föga troligt eftersom en stor del av fluidet är vatten. Den andra förklaringen är att luftfickor bildas i provet till följd av rotameterhuvudets utformning med blad. Den valda geometrin medförde att den största delen av koppen var fylld med

prov och endast en mycket liten andel av volymen utgjordes av rotameterhuvudet (jämför med en visp). Den tredje förklaringen är att tomatpastan uppför sig pseudoplastiskt och klättrar uppför rotameteraxeln.

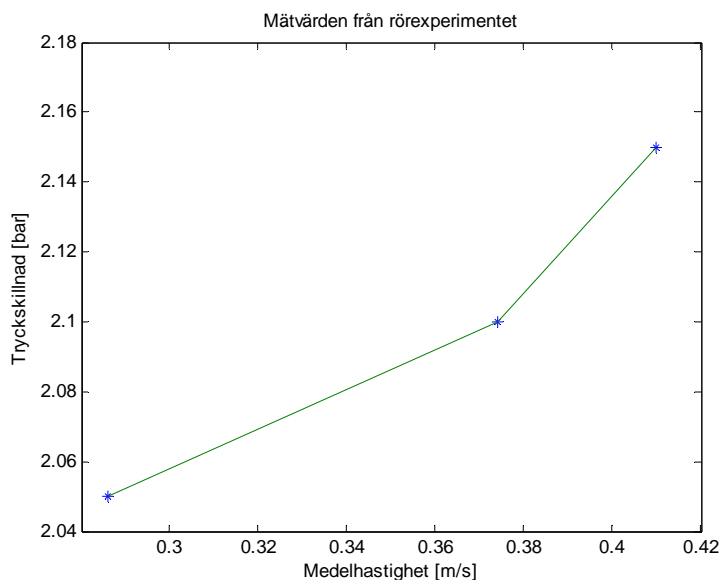
I avgränsningen av problemet antas att fluidets reologi är tidsberoende. Detta kan givetvis ifrågasättas särskilt när det bearbetas med väldigt stor kraft under en lång tid. I experimentet ovan kan detta kontrolleras genom att titta på replikaten. Eftersom ingen signifikant skillnad finns mellan de olika replikaten kan tidsberoendet antas gällande för fluidet i fråga.

7.4 Rörexperimentet

Utifrån rotameterdata har vi skapat ett simuleringsverktyg som kan förutsäga tryckfall i ett rakt rör under laminära betingelser. För att testa detta verktyg väljer vi att för en temperatur och en utspädningshalt verifiera resultaten genom ett experiment i labbskala. Resultaten presenteras i tabell 6 och tryckfallens beroende av medelhastigheten i röret illustreras i figur 11:

Tabell 6. Resultat från rör experimentet. För beräkning av flödes hastigheten används densiteten för den utspädda lösningen framtagen i avsnitt 7.2.

Frekvens [Hz]	Temp. skillnad [°C]	Massflöde [g/s]	Flödes hast [ml/s]	Medelhast [m/s]	Tryck A [bar]	Tryck B [bar]	Tryckskillnad [bar]
55,5	1.3	69,49	63.17	0,410	3,35	1,20	2,15
50,5	1.1	63,36	57.60	0,374	3,30	1,20	2,10
45	1.3	48,54	44.13	0,286	3,25	1,20	2,05



Figur 11. Det experimentella resultatet av hur tryckskillnaden beror på medelhastigheten erhållet från rörexperimentet.

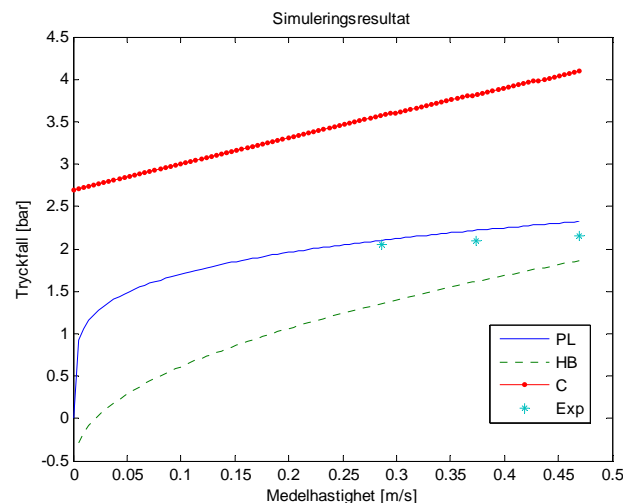
Som synes är antalet mätpunkter väldigt få. I försöksplanen (se bilaga 1) bestämdes att minst fem men troligen betydligt fler skulle genomföras eftersom marginalkostnaden i tid beräknades vara liten. När anläggningen väl startats är det lätt och smidigt att göra nya

mätningar. Det var också tänkt att mätningarna av tryck skulle göras digitalt och kontinuerligt med hjälp av datorövervakning. Tyvärr genomfördes inte experimentet i enlighet med planeringen. En av de digitala tryckmätarna fungerade inte och gruppen blev nödd att använda analoga mätare som substitut. Att nyttja analoga mätanordningar innebär olyckligtvis att man erhåller mätdata med lägre noggrannhet. Inte nog med detta, visade sig dessutom att en av tryckmätarna konstant visade samma värde då experimentet utfördes på tomatpastan. Då anläggningen diskades med vatten fanns dock inte detta problem, vilket tyder på att tryckmätarna förmodligen nådde sin maximala kapacitet med tomatpasta i systemet. Värre än tryckmätarna är att hela anläggningen havererade efter tre mätningar, vilket förklarar det låga antalet mätningar. Efter mycket vända och lite möda beslutades i samråd med handledaren att avsluta experimentet. Tre punkter är väldigt få, med tre punkter skulle exempelvis endast ett andragradspolynom kunna anpassas *exakt* till data.

7.5 Temperaturpåverkan

Det har redan tidigare diskuterats att den radiella temperaturskillnaden är högst försumbar (se avsnitt 5). Från temperaturmätningarna i tabell 7 kan man nu också skatta den longitudinella temperaturförändringen. Försöken som utfördes visar på en uppvärmning av fluidet med tiden (under 2°C varmare efter sex minuters pumpning i systemet). Detta ger med en hastighet på cirka 0.5 m/s (se tabell 7) en grov uppskattning på uppvärmningen över tre meter som $< 0.1^{\circ}\text{C}$. Det är därför inte troligt att temperaturförändringar varken radiella eller longitudinella påverkar reologin i det tre meter långa system som undersöks.

7.6 Diskussion kring simuleringsverktygets validitet



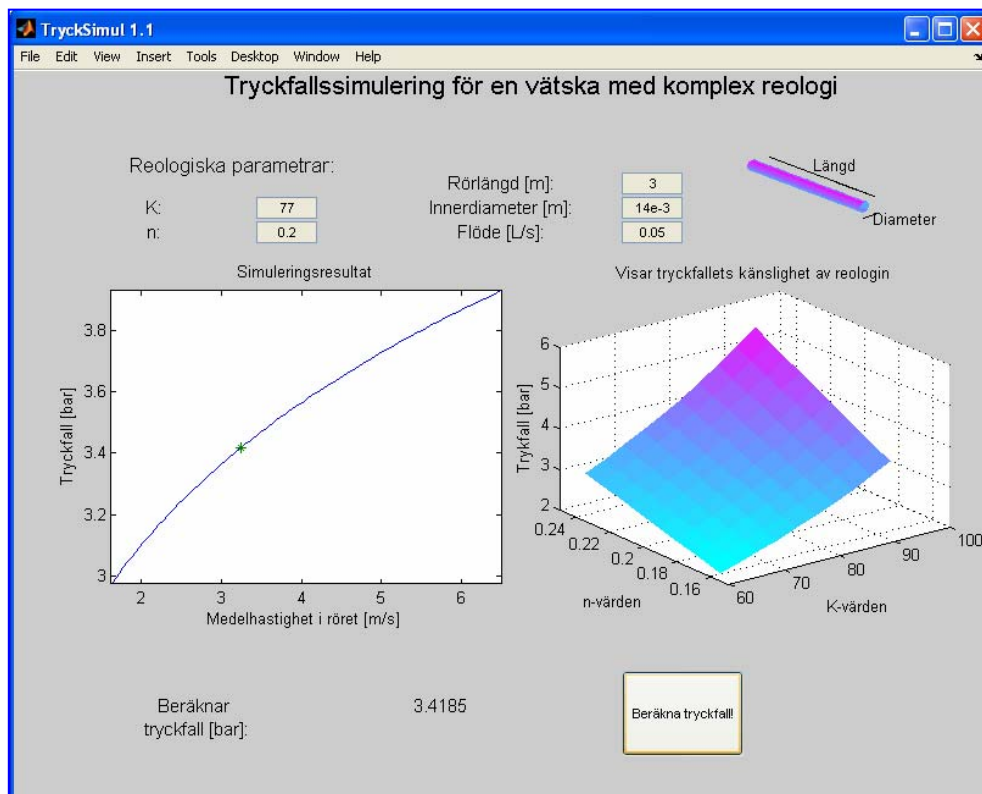
Figur 12. Jämförelse mellan tryckfall simulerade med olika reologiska modeller vid 20°C och experimentellt uppmätta tryckfall.

Figur 12 ovan visar en god anpassning av experimentell data till Power-Laws modell och en mindre god till de två övriga. Man kunde därför dra den förhastade slutsatsen att denna reologiska modell är den bästa. Notera dock att antalet mätpunkter är väldigt få samt att vissa problem med tryckmätningen uppstod.

Det är lite förvånande att Power-Law som ansluter sämst i rotameterexperimentet nu fungerar bäst och att Casson uppför sig lite konstigt vid låga hastigheter. Cassonmodellen förutsäger ett tryckfall på cirka 2.5 bar även när fluidet står helt stilla. Vi tolkar detta som att Cassonmodellen förutsäger ett kritiskt tryck som måste överskridas för att fluidet överhuvudtaget ska börja strömma i röret.

Herschel-Bulkleymodellen ger ett oroväckande utseende på prediktionskurvan, troligen av numeriska skäl. Eftersom data ansluter till Power-Law med bra noggrannhet väljer vi att bortse från Herschel-Bulkleys modell.

Utifrån denna diskussion väljer vi att använda Power-Laws modell för att beräkna tryckfall. Två olika script bifogas i bilaga 2, *SimulTryckfall.m* och *Tryck_gui.m* där den sista är en grafisk metod. Den grafiska metoden ger inte bara det predikerade tryckfallet utan också en känslighetsanalys. Den vänstra bilden (figur 13) visar hur tryckfallet beror av medelhastigheten i röret och den högra visar hur tryckfallet beror av värdet på de reologiska parametrarna. På så sätt kan man se hur små förändringar i parametrarna eller mätfel påverkar tryckfallet.



Figur 13. Ett exempel på hur Tryck_gui.m fungerar. Reologiska parametrar samt dimensionerna på röret och flödet är invariabler. Tryckfall och diagram som illustrerar känslighet ritas också upp.

8. Slutsatser

Vårt mål var att under en rad förenklande antaganden och avgränsningar ta fram ett simuleringsverktyg som kan förutsäga tryckfallet i en rörledning. Vi har valt att genomföra detta genom att teoretiskt härleda hur tryckfallet beror av de reologiska parametrarna vid olika reologiska modeller och flödet i röret. Därefter har modellen testats mot experimentellt uppmätta värden.

Speciellt undersöktes tomatpasta. Först gjordes reologiska undersökningar med en rotameter varvid de olika modellerna anpassades till datapunkterna. Slutsatsen där var att Cassons modell ansluter bäst här men även Herschel-Bulkley och Power-Law ansluter bra. Särskilt kan man se att Power-Law ansluter väl vid låga skjuvhastigheter.

I det andra experimentet undersöktes hur tryckfallet relateras till flöde för vätskan vars reologiska uppförande nu är känd. Resultaten från experimentet och modellen jämförs och visar sig ha en god överensstämmelse då Power-Laws modell används. Det kan verka märkligt att olika modeller fungerar bäst i de olika experimenten. Anledningen är att första experimentet inte kan tolkas som att Cassonmodellen alltid förklarar tomatpasta bäst. Tomatpastan är komplex och beter sig underligt vilket är anledningen till att den är intressant att undersöka. En annan faktor som kommer in är att en rad förenklingar har gjorts vilket påverkar resultatet. Exempelvis har rörböjen i rörexperimentet inte tagits hänsyn till. Det är mycket möjligt att det existerar bättre modeller för att beskriva fluidet men den noggrannhet som erhållits är dock bra med tanke på tillgänglig tid och nivån på rapporten.

I rörexperimentet undersöktes endast en vätska, dvs. en utspädning med ett parametervärde. Detta beror på tidsbegränsningar, men tanken är att man genom att använda det grafiska simuleringsverktyget utifrån en given vätska med andra reologiska parametrar ska kunna prediktera tryckfallet.

Det skulle krävas fortsatta studier i ämnet för att vidare förbättra resultatet och för att göra resultaten mer pålitliga. Kanske viktigast är undersökningar hur tryckfallet i rörböjen kan modelleras. Det bör påpekas att detta inte är helt lätt med tanke på att standardformler och standarddata inte kan användas.

Det skulle också vara intressant att göra reologiska tester för fler utspädningar så att utspädningshastighet och tryckfall kan relateras vilket kan vara av intresse i ett optimeringsförfarande.

9. Källförteckning

- [1] Doran, Pauline, M., *Bioprocess Engineering Principles*, Academic Press, 1997
- [2] Sánchez, M.C., Valencia C., Gallegos, C., Ciruelos A., Latorre, A., *Influence of processing on the rheological properties of tomato paste*, Journal of the Science of Food and Agriculture, volym 82, nummer 9 , s. 990 – 997, 2002
- [3] Valencia, C., Sánchez, M.C., Ciruelos, A., Gallegos, C., *Influence of Tomato Paste on the Linear Viscoelasticity of Tomato Ketchup*, Food Science and Technology International, volym 10, nummer 2, s. 95-100, 2004
- [4] McCabe, W. L., Smith, J. C., Harriot, P., *Unit Operations of Chemical Engineering*, McGraw-Hill, 2002
- [5] *Föreläsningsskpendium i Transportprocesser*, Institutionen för kemiteknik LTH, 2003/2004
- [6] Steffe, James F., *Rheological methods in food process engineering*, Freeman Press, 1992
- [7] http://en.wikipedia.org/wiki/Tomato_paste, 2006-01-25
- [8] <http://www.rossicatelli.com/Ing/gruppo-linea-pl-f-3.htm>, 2006-01-25
- [9] <http://www.morningstarco.com/ms/break.htm>, 2006-02-05
- [10] http://en.wikipedia.org/wiki/Paste_%28rheology%29, 2006-02-05
- [11] Ooiwa, Akria, Kurase, Kimio, *Heat effect and temperature rise for circular tube laminar flow*, i Rheology vol III from VIII internationall congress of rheology Naples edited by Astarita, G., Narrucci, G., Nicolas, L., 1980
- [12] Bolmstedt, Ulf, ”*Rheology and Viscosity*”, New Food, volym 3, nummer 2, 2000
- [13] http://www.livstek.lth.se/People_list/ulfb/pl_rheo.htm#top, 2006-01-26

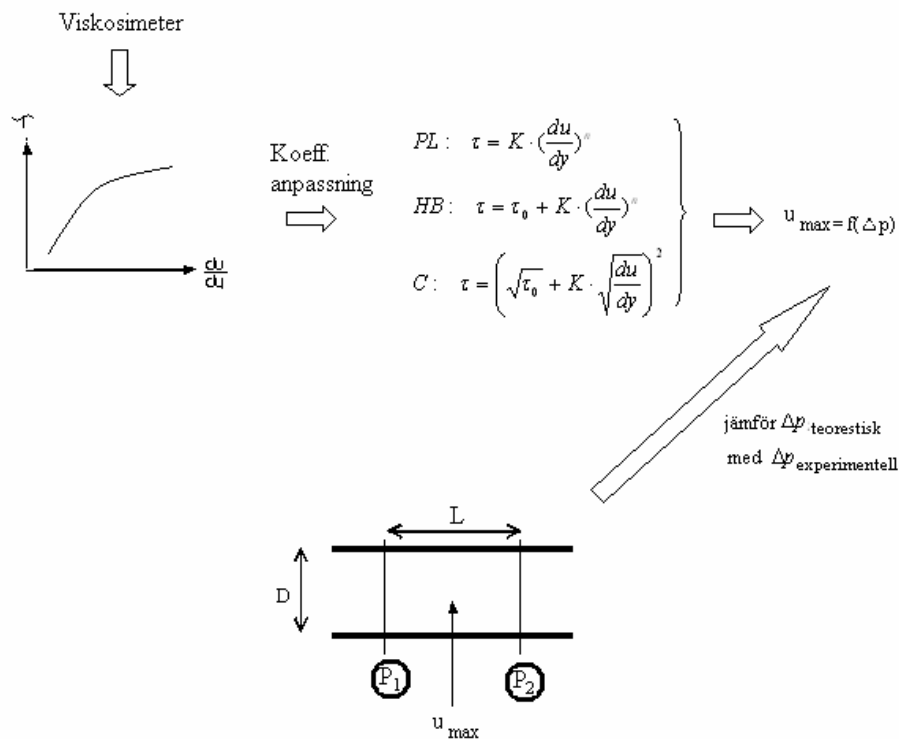
Bilaga 1. Försöksplan

Syfte:

Vi ämnar studera tryckfallet i en rörledning till följd av rörfriktion vid pumpning av tomatpasta vid olika laminära flöden.

Genom att göra enkla mätningar med en viskosimeter kan konstanterna i tre olika valda modeller (Power-law, Herschel-Bulkley och Casson), för icke-Newtonska fluider bestämmas. Därifrån kan tryckfall över en rörledning både beräknas och mätas experimentellt varigenom modellerna kan jämföras med varandra. De valda modellerna, härledningar och MATLAB-kod som behövs för beräkningar och simuleringar finns i bilaga. (Innehållet i den bilaga som fanns till försöksplanen var i stort sett en tidig version avsnitt 4).

Nedanstående figur åskådliggör grovt experimentets upplägg:



Experimentellt förfarande

1. Densitetsmätning av tomatpasta

utr: våg, mätglas

Mätglas vägs, därefter fylls denna med känd volym av tomatpasta och vägs återigen. Densiteten erhålles som massan genom volymen.

2. Mätning av längd och diameter på röret

utr: måttband eller motsvarande

Försöksuppställningen innehåller en 180° rörböj, som försummas, då rörlängden är mycket större än diametern. Vi är medvetna om att detta är en grov förenkling eftersom engångsmotståndskoefficienten (ζ) för icke-Newtonska fluider vid laminär strömning inte är konstant, utan en funktion av Reynoldstalet som i sin tur beror av flödeshastigheten, en parameter i vår modell [6] Med den tid som finns till vårt förfogande anser vi dock att en undersökning av engångsmotståndet ligger utanför projektets avgränsningar.

3. Mätning av skjuvspänning

utr: rotationsviskosimeter, vattenbad (om tillgängligt)

Med hjälp av utrustningen mäts skjuvspänningen vid olika skjuvhastigheter. Efter litteraturstudier väljer vi att variera skjuvhastigheten mellan 1-100 s⁻¹ [13] och vi anser det rimligt att mäta vid 11 olika hastigheter med tre replikat per hastighet. Dessa siffror kan mycket väl förändras under experimentets gång på grund av tidsbegränsningar. Om tiden tillåter och om det är praktiskt möjligt, önskar vi även variera temperaturen och studera mätresultatens beroende av denna parameter.

4. Beräkna K , n och τ_0 med hjälp av mätdata från viskosimetern.

utr: matlab

5. Bestäm experimentellt $\Delta p / u$ vid ungefär 5 olika flödeshastigheter vid rumstemperatur.

utr: försöksuppställningen i apparathallen samt mätglas, tidtagarur och våg för flödesmätning

Genom att ändra varvtalet på pumpen erhålles olika flöden i systemet och därmed också olika tryckfall över den intressanta rörsektionen. Sammanhörande värden på medelhastigheten och tryckfallet mäts. Medelhastigheten mäts indirekt genom att mäta flödet. Flödet kan enkelt bestämmas genom att mäta hur mycket tomatpasta som kommer ut under en känd tidsperiod.

6. Jämför de experimentellt erhållna mätvärdena på tryckfallen med de av modellerna förutsagda samt dra slutsatser.

Riskanalys

Vi bedömer att laborationen är relativt riskfri och ämnar inte lägga till något utöver Kemicentrums generella säkerhetsföreskrifter. Föreskrifterna framhåller nyttjande av lämplig skyddsutrustning, såsom labbrock och skyddsglasögon. Vidare vill vi betona det faktum att tomatpasta inte är förknippad med några särskilda faror. Riskerna i laborationen ligger istället i handhavandet av utrustning.

Bilaga 2. MATLAB-kod

```
function [u_PL,u_HB,u_C]=hastprofil(PL,HB,C,L,R,dp)
% function hastprofil(PL,HB,C,L,R,dp)
% Beräknar hastighetsprofilen för en vätska med komplex reologi,
% givet reologiska parametrar.
% Skriptet är tänkt för att illustrera flöden under olika modeller
% och ritar därför upp en normerad figur.
% Projektgrupp 4B, vt 2006, BLT010

close all;
n_PL = PL(1);      K_PL = PL(2);
tau0_HB = HB(1);   n_HB = HB(2);      K_HB=HB(3);
tau0_C = C(1);     K_C = C(2);

radier = linspace(0,R,20);

%Power-law
nprim = (n_PL+1)/n_PL;
konstant = dp/(2*L*K_PL);
u_PL = konstant^(1/n_PL).*(1/nprim).*R^(nprim).*(1-
(radier./R).^(nprim))
mu_PL = (2/R^2)*trapz(radier,u_PL.*radier)

%Herschel-Bulkley
nprim = 1+ (1/n_HB)
tw = (dp*R)/(2*L);
u_HB = ( (2*L)/(dp*nprim*K_HB^(1/n_HB)) ) * ( ((tw-tau0_HB))^nprim -
(((dp.*radier)/(2*L))-tau0_HB).^nprim);
mu_HB = (2/R^2)*trapz(radier,u_HB.*radier);

%Cassen
a = sqrt(tau0_C)
b = sqrt(dp/(2*L))
u_C = (-1)*(1/(K_C^2)) .* ((0.5*(b^2)*(R^2)-
(4/3)*a*b*(R^(1.5))+(a^2)*R) - (0.5*(b^2).*(radier.^2)-
(4/3)*a*b.*(radier.^(1.5))+(a^2)*R));
mu_C = (2/R^2)*trapz(radier,u_C.*radier);

%Omskalning
u_PLsk = u_PL/(max(u_PL));
u_HBsk = u_HB/(max(u_HB));
u_Csk = u_C / (max(u_C));
radiersk = radier / (max(radier));

%Beräknar skalade v_medel
mu_PLsk = mu_PL / (max(u_PL));
mu_HBsk = mu_HB / (max(u_HB));
mu_Csk = mu_C / (max(u_C));

subplot(2,1,1) %Plottar den enkla profilen
plot(real(radiersk),real(u_PLsk),'-',real(radiersk),real(u_HBsk),'--
',real(radiersk),real(u_Csk),'-.')
legend('Power-law','Herschel-Buckley','Cassen')
xlabel('Avstånd till centrum (r/R)')
```



```

ylabel('Hastighet (u/u_{max})')
title('Hastighetsprofilen för strömning i rör givet modellparametrar')
axis([0 1.2 0 1.2]);

subplot(2,1,2) %Plottar den dubbla profilen
hold on
    plot(real(radiersk),real(u_PLsk),'-',real(radiersk),real(u_HBsk),'-
-',real(radiersk),real(u_Csk),'-.')
    plot(-real(radiersk),real(u_PLsk),'-',real(-
radiersk),real(u_HBsk),'--',real(-radiersk),real(u_Csk),'-.')
hold off
%legend('Power-law','Herschel-Buckley','Cassen')
xlabel('Riktat avstånd till centrum (r/R)')
ylabel('Hastighet (u/u_{max})')
axis([-1.2 1.2 0 1.2]);
text(-0.4,0.8,'PL u_{medel}/u_{max}=');
text(0.1,0.8,num2str(real(mu_PLsk)));
text(-0.4,0.5,'HB u_{medel}/u_{max}=');
text(0.1,0.5,num2str(real(mu_HBsk)));
text(-0.4,0.2,'C u_{medel}/u_{max}=');
text(0.1,0.2,num2str(real(mu_Csk )));

function [K_PL,n_PL,K_HB,n_HB,K_C, tau0HB, tau0_C] =
hittaTauNoll(gamma1,tau1)
% function [K_PL,n_PL,K_HB,n_HB,K_C, tau0_HB, tau0_C] =
% hittaTauNoll(gamma1,tau1)
% Detta script har som inargument en vektor gamma1 med skjuvhastigheter
och
% en vektor tau1 med skjuvspänningar. Därefter anpassas koefficienterna
i
% tre reologiska modeller till data. Alla parametrar utom tau_0
bestämms i
% genom linjär regression på en transformation. Den sista parametern
% bestämms genom test av olika värden.
% Projektgrupp 4B, vt 2006, BLT010

if nargin < 1 %Testar med denna om inget annat anges
    [y1,y2] = rotameterdata;
    gamma18konc = y1(:,1); tau18konc = y1(:,2);
    gamma20konc = y1(:,3); tau20konc = y1(:,4);
    gamma22konc = y1(:,5); tau22konc = y1(:,6);
    gamma24konc = y1(:,7); tau24konc = y1(:,8);
    gamma18dilu = y2(:,1); tau18dilu = y2(:,2);
    gamma20dilu = y2(:,3); tau20dilu = y2(:,4);
    gamma22dilu = y2(:,5); tau22dilu = y2(:,6);
    gamma24dilu = y2(:,7); tau24dilu = y2(:,8);
    gamma1 = gamma18konc;
    tau1 = tau18konc;
end

SSR_PLold = 1e9;
SSR_HBold = 1e9;
SSR_Cold = 1e9;

```

```

for tau0_HB=0:2:200 %Herschel-Bulkley
    tau0_C=1;
    [K_PL1, n_PL1 , K_HB1 , n_HB1 , K_C1 , SSR_PL , SSR_HB , SSR_C,
tau0C] = plottaModell1(tau0_HB,gamma1,tau1);
    if SSR_HB < SSR_HBold
        K_HB = K_HB1;
        n_HB = n_HB1;
        tau0HB = tau0_HB;
        SSR_HBold = SSR_HB;
    end
end

%Casson
K_C = K_C1;
tau0_C = tau0C;

%Power law (beror ej på )
K_PL = K_PL1;
n_PL = n_PL1;

%Flytkurvorna under de olika modellerna
%-----
xHB = linspace(min(gamma1),max(gamma1),200)'; %Bestämmer modellen utan
transformation
yHB = tau0HB + K_HB.*(xHB).^(n_HB);

xPL = linspace(min(gamma1),max(gamma1),200)'; %Bestämmer modellen utan
transformation
yPL = K_PL.*(xPL).^(n_PL);

xC = linspace(min(gamma1),max(gamma1),200)'; %Bestämmer modellen utan
transformation
yC = ( sqrt(tau0C) + K_C.*sqrt(xC) ).^2;

%Plottar slutligen resultatet
%-----
figure(1) %Första figuren visar hur modellerna passar datan
plot(gamma1,tau1,'*',real(xPL),real(yPL),'-',real(xHB),real(yHB),'--
',real(xC),real(yC),':')
legend('Observationer','Power-law','HB','Casson')
xlabel('Skjuvhastighet')
ylabel('Skjuvspänning')
title('Flytkurva')

%Beräknar residualkvadratsummor
%-----
SSR_PL
SSR_HBold
SSR_C

function T = vischeat(N,R,Tw)
% function T = vischeat(N,R,Tw,n)
% Visar radiella temperaturprofilen i röret.

```

```

% N är antalet diskretiseringssteg, R radien på röret och Tw
temperaturen
% vid väggen.
% Projektgrupp 4B, vt 2006, BLT010

dr = R/(2+N);
T = ones(1,N+1)*Tw;
r = R-dr;
for j=2:N
    r = r -dr;
    n_PL = 0.19;
    K_PL = 77;
    alfa = 100; %W/(m2C)
    dp = 2e5;
    dt=3/0.37; %den tid det tar att passera!
    L=3;

    %Beräknar hastighetsprofil
    radier = R-dr:-dr:dr;
    nprim = (n_PL+1)/n_PL;
    konstant = dp/(2*L*K_PL);
    u = konstant^(1/n_PL).*(1/nprim).*R^(nprim).*(1-
(radier./R).^nprim));

    %Approximerar skjuvspänningen
    tau_r = K_PL*((abs(u(j)-u(j+1)))/dr)^n_PL/dt; %Skjuvspänning
beräknas
    tau_rplusdr = K_PL*((abs(u(j-1)-u(j)))/dr)^n_PL/dt; %Skjuvspänning
beräknas

    Prod1 = tau_r *2*pi*(r+dr/2) *(u(j)+u(j+1))*0.5;
%Friktionsvärme till yttre skikt
    Prod2 = tau_rplusdr *2*pi*(r-dr/2) *(u(j-1)+u(j))*0.5;
%Friktionsvärme till inre skikt
    T(j) = (1/(4*pi*r))*( 2*pi*(r+dr/2)*T(j+1)+2*pi*(r-dr/2)*T(j-
1)+Prod1+Prod2);
end

figure
radier = R-dr:-dr:dr;
plot(radier,T)
xlabel('Avstånd til rörets centrum (m)')
ylabel('Temperatur (\circC)')

function predictDp(dp,medel_v)
% function predictDp(dp,medel_v)
% Beräknar en predikterad kurva som beskriver sambandet mellan
hastighet
% för fluidet och tryckfallet under en sträcka av tre meter.
% Används för att jämföra med rörexperimentet
% Projektgrupp 4B, vt 2006, BLT010

%Anger värdet på några konstanter, erhållna genom rotameteresperiment
20°C
n_PL = 0.2;
K_PL = 77;

```

```

n_HB    = 0.48;
K_HB    = 16.58;
tau0_HB = 48;

K_C     = 0.58;
tau0_C  = 60;

L = 3;
R = 7e-3;

radier  = linspace(0,R,20);
hastigheter = linspace(0,max(medel_v),100);
for i=1:length(hastigheter)
    mu = hastigheter(i);
    y_PL(i) = fzero(@calcu_medPL,1e5);
    y_HB(i) = fzero(@calcu_medHB,1e5);
    y_C(i)  = fzero(@calcu_medC,1e5);
end
y_HB = ones(size(y_PL))*0;
plot(hastigheter,y_PL/1e5,'-
',hastigheter,y_HB/1e5,':',hastigheter,y_C/1e5,'.-',medel_v,dp,'*')
legend('PL','HB','C','Exp')
xlabel('Medelhastighet [m/s]')
ylabel('Tryckfall [bar]')
title('Simuleringsresultat')

%-----
function res = calcu_medPL(dp)
    nprim = (n_PL+1)/n_PL;
    konstant = dp/(2*L*K_PL);
    u_PL = konstant^(1/n_PL).*(1/nprim).*R^(nprim).*(1-
(radier./R).^(nprim));
    mu_PL = (2/R^2)*trapz(radier,u_PL.*radier);
    res = real(mu_PL - mu);
end

%-----

%-----
function res = calcu_medHB(dp)
    nprim = 1+(1/n_HB);
    tw = (dp*R)/(2*L);
    u_HB = ( (2*L)/(dp*nprim*K_HB^(1/n_HB)) ) * ( ((tw-
tau0_HB))^nprim - (((dp.*radier)/(2*L))-tau0_HB).^nprim);
    mu_HB = (2/R^2)*trapz(radier,u_HB.*radier);
    res = real(mu_HB - mu);
end

%-----

%-----
function res = calcu_medC(dp)
    a = sqrt(tau0_C);
    b = sqrt(dp/(2*L));
    u_C = (1/(K_C^2)) .* ((0.5*(b^2)*(R^2)-
(4/3)*a*b*(R^(1.5))+(a^2)*R) - (0.5*(b^2).*(radier.^2)-
(4/3)*a*b.*(radier^(1.5))+(a^2)*R));
    mu_C = (2/R^2)*trapz(radier,u_C.*radier);

```

```

        res = real(mu_C-mu);

    end

%-----

end

function dpUt = SimulTryckfall(v,d,n,K,L,dp)
% function SimulTryckfall(v,d,n,K,L,dp)
% Detta skript används för att förutsäga tryckfallet för ett viss flöde
% med hastighet v [m/s] som strömmar i ett rör med diameter d [m] om
% den kan beskrivas med Ostwald de Waeles lag med koefficienter
% n och K. Rørets längd antas varaL [m].
% Flødet antas vara laminärt och røret rakt. För förklaringar och
vidare
% förenklingar se projektrapporten.
% Scriptet ritar också upp en kurva för att visa känsligheten för olika
% hastigheter.
% Projektgrupp 4B, vt 2006, BLT010

if nargin < 6
    dp = 1e5; %standardgissning
end

%Anger värdet på några konstanter, erhållna genom rotameterexperiment
20°C
n_PL = n;
K_PL = K;
R = d/2;
radier = linspace(0,R,20);
hastigheter = linspace(v/2,2*v,100); %kontrollerar ett spann av
hastigheter
for i=1:length(hastigheter)
    mu = hastigheter(i);
    y_PL(i) = fzero(@calcu_medPL,dp);
end
mu = v;
y_PLrikt = fzero(@calcu_medPL,dp(1));
dpUt = y_PLrikt;
%plot(hastigheter,y_PL/1e5,'-',v,y_PLrikt/1e5,'*')
%xlabel('Medelhastighet [m/s]')
%ylabel('Tryckfall [bar]')
%title('Simuleringsresultat')

%-----

function res = calcu_medPL(dp)
    nprim = (n_PL+1)/n_PL;
    konstant = dp/(2*L*K_PL);
    u_PL = konstant^(1/n_PL).*(1/nprim).*R^(nprim).*(1-
(radier./R).^(nprim));
    mu_PL = (2/R^2)*trapz(radier,u_PL.*radier);
    res = real(mu_PL - mu);
end

%-----

%-----

function res = calcu_medHB(dp)

```

```

    nprim = 1+(1/n_HB);
    tw = (dp*R)/(2*L);
    u_HB = ( (2*L)/(dp*nprim*K_HB^(1/n_HB)) ) * ( ((tw-
tau0_HB))^nprim - (((dp.*radier)/(2*L))-tau0_HB).^nprim);
    mu_HB = (2/R^2)*trapz(radier,u_HB.*radier);
    res = real(mu_HB - mu);
end
%-----

%-----
function res = calcul_medC(dp)
    a = sqrt(tau0_C);
    b = sqrt(dp/(2*L));
    u_C = (1/(K_C^2)) .* ((0.5*(b^2)*(R^2)-
(4/3)*a*b*(R^(1.5))+(a^2)*R) - (0.5*(b^2).*(radier.^2)-
(4/3)*a*b.*(radier^(1.5))+(a^2)*R));
    mu_C = (2/R^2)*trapz(radier,u_C.*radier);
    res = real(mu_C-mu);

end
%-----

end

```

Grafiskt simuleringsverktyg

```
%Ett verktyg, med grafiskt användargränssnitt, för att simulera
tryckfallet i ett rör under en rad
%förenklande antagande. De reologiska parametrarna (Ostwald de Waele)
samt dimensionerna på
%röret fungerar som invariabler. Resultatet är en uppskattad
tryckskillnad
%samt två grafer som visar tryckfallets känslighet av (1)
medelhastighet i
%röret och (2) de reologiska parametrarna.
%Projektgrupp 4B, vt2006, BLT010

close
clf
clear all
h1 = figure(1);

set(h1, 'Position', [50, 50, 800, 600], ...
      'Name', 'TryckSimul 1.1', ...
      'NumberTitle', 'off');
% Axlarna skall ritas upp här
axes1 = axes('Position', [0.1 0.3 0.4 0.4]);
set(axes1, 'Visible', 'off')
axes2 = axes('Position', [0.7 0.3 0.4 0.4]);
set(axes2, 'Visible', 'off')
axes3 = axes('Position', [0.73 0.73 0.2 0.2]);
set(axes3, 'Visible', 'off')
%Rubriken
text0 = uicontrol(gcf, 'Style', 'text', ...
                  'String', 'Tryckfallssimulering för en vätska med
komplex reologi', ...
                  'FontSize', 16, ...
                  'BackgroundColor', [0.8 0.8 0.8 ], ...
                  'FontWeight', 'demi', ...
                  'Position', [150, 575, 550, 28]);

%Reologiska egenskaper
text1 = uicontrol(gcf, 'Style', 'text', ...
                  'String', 'Reologiska parametrar:', ...
                  'FontSize', 13, ...
                  'BackgroundColor', [0.8 0.8 0.8 ], ...
                  'Position', [80, 510, 200, 25]);
text2 = uicontrol(gcf, 'Style', 'text', ...
                  'String', 'K:', ...
                  'BackgroundColor', [0.8 0.8 0.8 ], ...
                  'FontSize', 11, ...
                  'Position', [90, 480, 50, 18]);
text3 = uicontrol(gcf, 'Style', 'text', ...
                  'String', 'n:', ...
                  'BackgroundColor', [0.8 0.8 0.8 ], ...
                  'FontSize', 11, ...
                  'Position', [90, 460, 50, 18]);

ed1 = uicontrol(gcf, 'Style', 'edit', ...
```

```

        'Position',[ 200 480 50 18],...
        'String',' ',...
        'Callback',['inp_txt=get(ed1, 'String');',...
        'K = str2num(inp_txt);']];
ed2 = uicontrol(gcf, 'Style','edit',...
        'Position',[ 200 460 50 18],...
        'String',' ',...
        'Callback',['inp_txt=get(ed2, 'String');',...
        'n = str2num(inp_txt);']];
%Rördimensioner
text3 = uicontrol(gcf, 'Style','text',...
        'String','Rörlängd [m]:',...
        'FontSize',11,...
        'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8 ],...
        'Position',[300,500,200,18]);
text4 = uicontrol(gcf, 'Style','text',...
        'String','Innerdiameter [m]:',...
        'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8 ],...
        'FontSize',11,...
        'Position',[300,480,200,18]);
text5 = uicontrol(gcf, 'Style','text',...
        'String','Flöde [L/s]:',...
        'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8 ],...
        'FontSize',11,...
        'Position',[300,460,200,18]);

ed3 = uicontrol(gcf, 'Style','edit',...
        'Position',[500,500,50,18],...
        'String',' ',...
        'Callback',['inp_txt=get(ed3, 'String');',...
        'L = str2num(inp_txt);']];
ed4 = uicontrol(gcf, 'Style','edit',...
        'Position',[500,480,50,18],...
        'String',' ',...
        'Callback',['inp_txt=get(ed4, 'String');',...
        'd = str2num(inp_txt);']];
ed5 = uicontrol(gcf, 'Style','edit',...
        'Position',[500,460,50,18],...
        'String',' ',...
        'Callback',['inp_txt=get(ed5, 'String');',...
        'F = str2num(inp_txt);']];
%Resultatvisningen
text6 = uicontrol(gcf, 'Style','text',...
        'String','Beräknar tryckfall [bar]:',...
        'FontSize',11,...
        'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8 ],...
        'Position',[100,50,100,40]);
text7 = uicontrol(gcf, 'Style','text',...
        'FontSize',11,...
        'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8 ],...
        'String','---',...
        'Position',[300,50,100,40]); %Här skall
resultatet skrivas in!
knapp1= uicontrol(gcf, 'Style','push',...
        'String','Beräkna tryckfall!',...
        'BackgroundColor',[0.8 0.8 0.8 ],...

```



```

        'Position',[500,40,100,70],...

'Callback', ['set(text7, 'String', num2str(knappTryck([K,n,L,d,F])/1e5))
'];

%Ritar upp ett rör i figur 3
subplot(axes3)
hold on
    x = [];
    y = [];
    z = [];
    dth = 2*pi/40; th = 0:dth:2*pi; r = ones(size(th));
    colormap gray
    for n=1:51
        b = n-1;
        x(n,:) = cos(th); y(n,:) = sin(th);
        z(n,:) = n*0.3 *ones(size(th));
        m = n+9;
    end
    surf1(z,x,y+2,[-10, 60])
    axis([0 13 -5 15 -10 5 ])
    shading flat
    view([10 -10 10])
    text(4, 7, 1.5, 'Längd')
    xd = [0,14,9];    yd = [4,4,4];    zd = [2,2,2];
    plot3(xd,yd,zd,'k')

    xc = [12,12,12]; yc = [7,8,5];    zd = [-4,-4,-4];
    text(12, 7, -5, 'Diameter')
    plot3(xc,yc,zd,'k')
    axis off
hold off

function dpUt = knappTryck(invar)
axes1 = axes('Position',[0.1 0.3 0.4 0.4]);
axes2 = axes('Position',[0.56 0.3 0.4 0.4]);
figure(gcf)

%Tar hand om inparametrar
    K_PL = invar(1);
    n_PL = invar(2);
    L     = invar(3);
    R     = invar(4)/2;
    F     = invar(5);
%Beräknar grundläggande variabler
Area = pi*100*R^2; %[dm2]
v     = F/Area; %[m/s]
dp    = 1e5;
radier =linspace(0,R,20);
hastigheter = linspace(v/2,2*v,100); %kontrollerar ett spann av
hastigheter
for i=1:length(hastigheter)
    mu = hastigheter(i);
    y_PL(i) = fzero(@calcu_medPL,dp);
end
mu = v;
y_PLrikt = fzero(@calcu_medPL,dp(1));

```

```

dpUt = y_PLrikt;

K_varden = linspace(K_PL*0.8,K_PL*1.2,10);
n_varden = linspace(n_PL*0.8,n_PL*1.2,10);
mu = v;
for i = 1:length(K_varden)
    for j = 1:length(n_varden)
        K_PL = K_varden(i);
        n_PL = n_varden(j);
        yTre(i,j) = fzero(@calcu_medPL,dp(1)); %Känslighetsanalys
    end
end
[Ket, Net] = meshgrid(K_varden,n_varden);
subplot(axes2)
surf(Ket,Net,yTre/1e5)
    shading flat
    colormap(cool)
xlabel('K-värden')
ylabel('n-värden')
zlabel('Tryckfall [bar]')
title('Visar tryckfallets känslighet av reologin')

subplot(axes1)
plot(hastigheter,y_PL/1e5,'-',v,y_PLrikt/1e5,'*')
xlabel('Medelhastighet i röret [m/s]')
ylabel('Tryckfall [bar]')
title('Simuleringsresultat')
axis([min(hastigheter), max(hastigheter), min(y_PL/1e5),
max(y_PL/1e5)])
%-----
function res = calcu_medPL(dp)
    nprim = (n_PL+1)/n_PL;
    konstant = dp/(2*L*K_PL);
    u_PL = konstant^(1/n_PL).*(1/nprim).*R^(nprim).*(1-
(radier./R).^nprim);
    mu_PL = (2/R^2)*trapz(radier,u_PL.*radier);
    res = real(mu_PL - mu);
end
%-----

%-----
function res = calcu_medHB(dp)
    nprim = 1+(1/n_HB);
    tw = (dp*R)/(2*L);
    u_HB = ( (2*L)/(dp*nprim*K_HB^(1/n_HB)) ) * ( ((tw-
tau0_HB))^nprim - (((dp.*radier)/(2*L))-tau0_HB).^nprim);
    mu_HB = (2/R^2)*trapz(radier,u_HB.*radier);
    res = real(mu_HB - mu);
end
%-----

%-----
function res = calcu_medC(dp)
    a = sqrt(tau0_C);
    b = sqrt(dp/(2*L));

```

```
    u_C = (1/(K_C^2)) .* ((0.5*(b^2)*(R^2)-  
(4/3)*a*b*(R^(1.5))+a^2)*R) - (0.5*(b^2).*(radier.^2)-  
(4/3)*a*b.*(radier.^(1.5))+a^2)*R);  
    mu_C = (2/R^2)*trapz(radier,u_C.*radier);  
    res = real(mu_C-mu);
```

```
end
```

```
%-----
```

```
end
```

Bilaga 3. Rådata från torrhaltsbestämning

Typ	Prov-ID	Våtvikt [g]	Torrsvikt [g]
Pasta	1	6,1904	2,3102
Pasta	2	4,5571	1,7403
Slurry	3	5,3075	1,1862
Slurry	4	4,7282	1,0557

Bilaga 4 . Rådata från rotameterexperiment

Rotameterdata 24°C pasta

Time s	Temperature C	Shear rate 1/s	Shear stress Pa	Viscosity Pa s	APP	note
3,14E+01	2,39E+01	1,43E-04	5,00E+01	3,48E+05	8,07E-01	2,00E+00
4,97E+01	2,43E+01	1,69E-04	6,16E+01	3,64E+05	9,90E-01	1,00E+00
7,61E+01	2,47E+01	1,73E-04	7,58E+01	4,39E+05	7,45E-01	2,00E+00
1,01E+02	2,49E+01	8,15E-04	9,34E+01	1,15E+05	6,31E-01	2,00E+00
1,15E+02	2,50E+01	3,51E-03	1,15E+02	3,28E+04	9,99E-01	1,00E+00
1,38E+02	2,50E+01	1,19E-02	1,42E+02	1,19E+04	9,68E-01	2,00E+00
1,58E+02	2,48E+01	2,67E-02	1,74E+02	6,53E+03	9,61E-01	2,00E+00
1,78E+02	2,46E+01	4,89E-02	2,15E+02	4,39E+03	9,62E-01	2,00E+00
1,97E+02	2,44E+01	8,26E-02	2,65E+02	3,20E+03	9,66E-01	2,00E+00
2,15E+02	2,41E+01	1,34E-01	3,26E+02	2,43E+03	9,40E-01	2,00E+00
2,28E+02	2,39E+01	2,61E-01	4,01E+02	1,54E+03	9,93E-01	1,00E+00
2,45E+02	2,36E+01	9,79E+00	4,94E+02	5,05E+01	2,00E+00	2,00E+00
2,55E+02	2,35E+01	8,13E+01	6,09E+02	7,49E+00	1,00E+00	1,00E+00
2,70E+02	2,33E+01	1,31E+02	7,50E+02	5,72E+00	9,82E-01	2,00E+00
3,24E+02	2,29E+01	3,80E-05	6,16E+01	1,62E+06	1,00E+00	1,00E+00
3,51E+02	2,31E+01	6,21E-05	7,58E+01	1,22E+06	7,33E-01	2,00E+00
3,75E+02	2,34E+01	2,27E-04	9,34E+01	4,12E+05	8,14E-01	2,00E+00
3,99E+02	2,38E+01	8,68E-03	1,15E+02	1,33E+04	1,27E+00	2,00E+00
4,13E+02	2,40E+01	2,68E-02	1,42E+02	5,29E+03	1,00E+00	1,00E+00
4,34E+02	2,43E+01	5,34E-02	1,74E+02	3,27E+03	9,51E-01	2,00E+00
4,53E+02	2,46E+01	8,89E-02	2,15E+02	2,42E+03	9,34E-01	2,00E+00
4,72E+02	2,49E+01	1,36E-01	2,65E+02	1,94E+03	9,18E-01	2,00E+00
4,90E+02	2,50E+01	2,76E-01	3,26E+02	1,18E+03	9,75E-01	2,00E+00
5,07E+02	2,51E+01	8,75E-01	4,01E+02	4,59E+02	9,96E-01	1,00E+00
5,17E+02	2,51E+01	6,38E+00	4,94E+02	7,75E+01	9,96E-01	1,00E+00
5,33E+02	2,50E+01	8,79E+01	6,09E+02	6,93E+00	1,67E+00	2,00E+00
5,43E+02	2,50E+01	1,42E+02	7,50E+02	5,27E+00	9,92E-01	1,00E+00
6,05E+02	2,42E+01	2,59E-05	6,16E+01	2,38E+06	7,98E-01	2,00E+00
6,32E+02	2,38E+01	6,02E-05	7,58E+01	1,26E+06	8,43E-01	2,00E+00
6,57E+02	2,34E+01	9,74E-05	9,34E+01	9,59E+05	6,89E-01	2,00E+00
6,80E+02	2,31E+01	7,02E-03	1,15E+02	1,64E+04	1,36E+00	2,00E+00
7,02E+02	2,29E+01	2,72E-02	1,42E+02	5,20E+03	1,04E+00	2,00E+00
7,23E+02	2,29E+01	5,28E-02	1,74E+02	3,30E+03	9,59E-01	2,00E+00
7,43E+02	2,30E+01	8,67E-02	2,15E+02	2,48E+03	9,04E-01	2,00E+00
7,62E+02	2,32E+01	1,44E-01	2,65E+02	1,83E+03	9,43E-01	2,00E+00
7,80E+02	2,35E+01	2,60E-01	3,26E+02	1,26E+03	8,60E-01	2,00E+00
7,97E+02	2,37E+01	7,70E-01	4,01E+02	5,21E+02	1,01E+00	2,00E+00
8,09E+02	2,39E+01	5,85E+00	4,94E+02	8,45E+01	9,99E-01	1,00E+00
8,25E+02	2,42E+01	6,03E+01	6,09E+02	1,01E+01	2,00E+00	2,00E+00
8,41E+02	2,45E+01	1,45E+02	7,50E+02	5,17E+00	1,07E+00	2,00E+00

Rotameterdata 22°C pasta

Time s	Temperature C	Shear rate 1/s	Shear stress Pa	Viscosity Pa s	APP	note
3,15E+01	2,20E+01	1,88E-04	5,00E+01	2,65E+05	7,85E-01	2,00E+00
5,97E+01	2,20E+01	1,72E-04	6,16E+01	3,58E+05	8,28E-01	2,00E+00
8,61E+01	2,20E+01	4,50E-04	7,58E+01	1,69E+05	8,64E-01	2,00E+00
1,02E+02	2,20E+01	2,00E-03	9,34E+01	4,67E+04	9,91E-01	1,00E+00
1,24E+02	2,20E+01	6,78E-03	1,15E+02	1,70E+04	9,93E-01	1,00E+00
1,46E+02	2,20E+01	1,70E-02	1,42E+02	8,32E+03	9,78E-01	2,00E+00
1,67E+02	2,20E+01	3,17E-02	1,74E+02	5,51E+03	9,50E-01	2,00E+00
1,87E+02	2,20E+01	5,13E-02	2,15E+02	4,19E+03	9,41E-01	2,00E+00
2,06E+02	2,20E+01	7,93E-02	2,65E+02	3,34E+03	9,29E-01	2,00E+00
2,24E+02	2,20E+01	1,35E-01	3,26E+02	2,41E+03	9,54E-01	2,00E+00
2,35E+02	2,20E+01	3,25E-01	4,01E+02	1,23E+03	9,96E-01	1,00E+00
2,51E+02	2,20E+01	6,05E+00	4,94E+02	8,17E+01	1,59E+00	2,00E+00
2,67E+02	2,20E+01	7,40E+01	6,09E+02	8,23E+00	8,18E-01	2,00E+00
2,82E+02	2,20E+01	1,21E+02	7,50E+02	6,20E+00	9,42E-01	2,00E+00
3,45E+02	2,20E+01	2,94E-05	6,16E+01	2,10E+06	7,59E-01	2,00E+00
3,71E+02	2,20E+01	7,04E-05	7,58E+01	1,08E+06	8,40E-01	2,00E+00
3,96E+02	2,20E+01	1,72E-04	9,34E+01	5,44E+05	8,24E-01	2,00E+00
4,19E+02	2,20E+01	7,25E-03	1,15E+02	1,59E+04	1,28E+00	2,00E+00
4,33E+02	2,20E+01	2,38E-02	1,42E+02	5,96E+03	9,97E-01	1,00E+00
4,54E+02	2,20E+01	4,90E-02	1,74E+02	3,56E+03	9,71E-01	2,00E+00
4,74E+02	2,20E+01	8,05E-02	2,15E+02	2,67E+03	9,36E-01	2,00E+00
4,93E+02	2,20E+01	1,25E-01	2,65E+02	2,13E+03	9,11E-01	2,00E+00
5,11E+02	2,20E+01	2,20E-01	3,26E+02	1,48E+03	8,87E-01	2,00E+00
5,24E+02	2,20E+01	7,46E-01	4,01E+02	5,38E+02	1,00E+00	1,00E+00
5,36E+02	2,20E+01	6,03E+00	4,94E+02	8,20E+01	1,02E+00	1,00E+00
5,52E+02	2,20E+01	7,83E+01	6,09E+02	7,77E+00	1,24E+00	2,00E+00
5,62E+02	2,20E+01	1,29E+02	7,50E+02	5,80E+00	1,00E+00	1,00E+00
6,25E+02	2,20E+01	2,67E-05	6,16E+01	2,31E+06	7,50E-01	2,00E+00
6,51E+02	2,20E+01	5,73E-05	7,58E+01	1,32E+06	7,67E-01	2,00E+00
6,76E+02	2,20E+01	2,37E-04	9,34E+01	3,95E+05	8,64E-01	2,00E+00
6,99E+02	2,20E+01	8,67E-03	1,15E+02	1,33E+04	1,25E+00	2,00E+00
7,14E+02	2,20E+01	2,74E-02	1,42E+02	5,18E+03	1,01E+00	1,00E+00
7,35E+02	2,20E+01	5,35E-02	1,74E+02	3,26E+03	9,64E-01	2,00E+00
7,55E+02	2,20E+01	8,40E-02	2,15E+02	2,56E+03	9,30E-01	2,00E+00
7,74E+02	2,20E+01	1,27E-01	2,65E+02	2,09E+03	9,50E-01	2,00E+00
7,92E+02	2,20E+01	2,29E-01	3,26E+02	1,42E+03	8,96E-01	2,00E+00
8,06E+02	2,20E+01	7,39E-01	4,01E+02	5,43E+02	1,01E+00	1,00E+00
8,17E+02	2,20E+01	5,61E+00	4,94E+02	8,81E+01	9,92E-01	1,00E+00
8,28E+02	2,20E+01	8,26E+01	6,09E+02	7,37E+00	9,89E-01	1,00E+00
8,43E+02	2,20E+01	1,20E+02	7,50E+02	6,26E+00	9,23E-01	2,00E+00

Rotameterdata 20°C pasta

Time s	Temperature C	Shear rate 1/s	Shear stress Pa	Viscosity Pa s	APP	note
3,21E+01	1,99E+01	1,33E-04	5,00E+01	3,75E+05	7,72E-01	2,00E+00
6,03E+01	1,99E+01	1,21E-04	6,16E+01	5,11E+05	8,54E-01	2,00E+00
7,68E+01	1,98E+01	3,80E-04	7,58E+01	2,00E+05	1,01E+00	1,00E+00
9,23E+01	1,99E+01	2,63E-03	9,34E+01	3,55E+04	9,93E-01	1,00E+00
1,09E+02	1,99E+01	9,90E-03	1,15E+02	1,16E+04	9,92E-01	1,00E+00
1,31E+02	1,99E+01	2,23E-02	1,42E+02	6,36E+03	9,66E-01	2,00E+00
1,52E+02	2,00E+01	4,01E-02	1,74E+02	4,35E+03	9,48E-01	2,00E+00
1,72E+02	2,00E+01	6,21E-02	2,15E+02	3,46E+03	9,20E-01	2,00E+00
1,91E+02	2,01E+01	9,02E-02	2,65E+02	2,93E+03	8,94E-01	2,00E+00
2,09E+02	2,01E+01	1,69E-01	3,26E+02	1,93E+03	9,57E-01	2,00E+00
2,26E+02	2,01E+01	7,80E-01	4,01E+02	5,14E+02	1,25E+00	2,00E+00
2,42E+02	2,01E+01	8,31E+01	4,94E+02	5,95E+00	9,37E-01	2,00E+00
2,58E+02	2,01E+01	8,74E+01	6,09E+02	6,97E+00	8,95E-01	2,00E+00
2,74E+02	2,01E+01	1,56E+02	7,50E+02	4,81E+00	1,00E+00	1,00E+00
3,36E+02	2,00E+01	3,37E-05	6,16E+01	1,83E+06	7,56E-01	2,00E+00
3,62E+02	2,00E+01	6,74E-05	7,58E+01	1,12E+06	7,74E-01	2,00E+00
3,87E+02	2,00E+01	2,31E-04	9,34E+01	4,05E+05	8,45E-01	2,00E+00
4,10E+02	2,00E+01	9,11E-03	1,15E+02	1,26E+04	1,27E+00	2,00E+00
4,24E+02	2,00E+01	2,74E-02	1,42E+02	5,17E+03	9,92E-01	1,00E+00
4,45E+02	2,00E+01	5,24E-02	1,74E+02	3,33E+03	9,47E-01	2,00E+00
4,65E+02	2,00E+01	8,51E-02	2,15E+02	2,53E+03	9,21E-01	2,00E+00
4,84E+02	2,00E+01	1,54E-01	2,65E+02	1,72E+03	9,14E-01	2,00E+00
5,02E+02	2,00E+01	3,45E-01	3,26E+02	9,45E+02	8,29E-01	2,00E+00
5,19E+02	2,00E+01	5,17E+00	4,01E+02	7,77E+01	1,56E+00	2,00E+00
5,36E+02	2,00E+01	5,70E+01	4,94E+02	8,68E+00	7,60E-01	2,00E+00
5,51E+02	2,00E+01	9,69E+01	6,09E+02	6,28E+00	9,50E-01	2,00E+00
5,61E+02	2,00E+01	1,62E+02	7,50E+02	4,63E+00	9,92E-01	1,00E+00
6,24E+02	2,00E+01	3,40E-05	6,16E+01	1,81E+06	8,04E-01	2,00E+00
6,50E+02	2,00E+01	6,94E-05	7,58E+01	1,09E+06	7,99E-01	2,00E+00
6,75E+02	2,00E+01	1,59E-04	9,34E+01	5,88E+05	7,47E-01	2,00E+00
6,98E+02	2,00E+01	9,25E-03	1,15E+02	1,24E+04	1,30E+00	2,00E+00
7,12E+02	2,00E+01	2,89E-02	1,42E+02	4,90E+03	1,00E+00	1,00E+00
7,33E+02	2,00E+01	5,55E-02	1,74E+02	3,14E+03	9,55E-01	2,00E+00
7,53E+02	2,00E+01	9,12E-02	2,15E+02	2,36E+03	9,26E-01	2,00E+00
7,72E+02	2,00E+01	1,59E-01	2,65E+02	1,67E+03	9,03E-01	2,00E+00
7,90E+02	2,00E+01	3,72E-01	3,26E+02	8,76E+02	8,94E-01	2,00E+00
8,07E+02	2,00E+01	2,01E+00	4,01E+02	2,00E+02	1,20E+00	2,00E+00
8,24E+02	2,00E+01	5,78E+01	4,94E+02	8,56E+00	8,65E-01	2,00E+00
8,37E+02	2,00E+01	1,13E+02	6,09E+02	5,40E+00	1,00E+00	1,00E+00
8,46E+02	2,00E+01	4,74E+01	7,50E+02	1,58E+01	1,00E+00	1,00E+00

Rotameterdata 18°C pasta

Time s	Temperature C	Shear rate 1/s	Shear stress Pa	Viscosity Pa s	APP	note
3,15E+01	1,79E+01	1,35E-04	5,00E+01	3,70E+05	5,97E-01	2,00E+00
5,97E+01	1,79E+01	2,52E-04	6,16E+01	2,45E+05	5,04E-01	2,00E+00
8,61E+01	1,79E+01	3,43E-04	7,58E+01	2,21E+05	8,64E-01	2,00E+00
1,02E+02	1,80E+01	1,32E-03	9,34E+01	7,08E+04	9,96E-01	1,00E+00
1,16E+02	1,80E+01	3,57E-03	1,15E+02	3,23E+04	9,99E-01	1,00E+00
1,38E+02	1,80E+01	8,67E-03	1,42E+02	1,63E+04	9,38E-01	2,00E+00
1,59E+02	1,80E+01	1,84E-02	1,74E+02	9,48E+03	9,37E-01	2,00E+00
1,79E+02	1,80E+01	3,34E-02	2,15E+02	6,43E+03	9,35E-01	2,00E+00
1,98E+02	1,80E+01	5,49E-02	2,65E+02	4,82E+03	9,15E-01	2,00E+00
2,16E+02	1,80E+01	8,35E-02	3,26E+02	3,91E+03	8,92E-01	2,00E+00
2,33E+02	1,80E+01	2,38E-01	4,01E+02	1,68E+03	1,19E+00	2,00E+00
2,50E+02	1,80E+01	3,72E+00	4,94E+02	1,33E+02	1,62E+00	2,00E+00
2,66E+02	1,80E+01	1,75E+01	6,09E+02	3,48E+01	8,63E-01	2,00E+00
2,75E+02	1,80E+01	9,50E+01	7,50E+02	7,89E+00	1,00E+00	1,00E+00
3,37E+02	1,80E+01	3,52E-05	6,16E+01	1,75E+06	7,96E-01	2,00E+00
3,55E+02	1,80E+01	9,42E-05	7,58E+01	8,05E+05	9,85E-01	1,00E+00
3,80E+02	1,80E+01	1,56E-04	9,34E+01	5,98E+05	8,58E-01	2,00E+00
4,03E+02	1,80E+01	2,57E-03	1,15E+02	4,47E+04	1,28E+00	2,00E+00
4,19E+02	1,80E+01	1,28E-02	1,42E+02	1,11E+04	9,95E-01	1,00E+00
4,40E+02	1,80E+01	3,00E-02	1,74E+02	5,82E+03	9,73E-01	2,00E+00
4,60E+02	1,80E+01	5,33E-02	2,15E+02	4,03E+03	9,32E-01	2,00E+00
4,79E+02	1,80E+01	8,44E-02	2,65E+02	3,14E+03	9,03E-01	2,00E+00
4,97E+02	1,80E+01	1,54E-01	3,26E+02	2,12E+03	8,99E-01	2,00E+00
5,14E+02	1,80E+01	4,48E-01	4,01E+02	8,97E+02	9,15E-01	2,00E+00
5,31E+02	1,80E+01	3,33E+00	4,94E+02	1,48E+02	1,09E+00	2,00E+00
5,47E+02	1,80E+01	2,82E+01	6,09E+02	2,16E+01	1,47E+00	2,00E+00
5,58E+02	1,80E+01	9,98E+01	7,50E+02	7,51E+00	1,00E+00	1,00E+00
6,20E+02	1,80E+01	9,83E-05	6,16E+01	6,26E+05	1,85E+00	2,00E+00
6,46E+02	1,80E+01	4,06E-04	7,58E+01	1,87E+05	2,00E+00	2,00E+00
6,71E+02	1,79E+01	2,93E-04	9,34E+01	3,19E+05	9,31E-01	2,00E+00
6,94E+02	1,80E+01	4,39E-03	1,15E+02	2,62E+04	1,03E+00	2,00E+00
7,11E+02	1,80E+01	1,61E-02	1,42E+02	8,79E+03	9,93E-01	1,00E+00
7,31E+02	1,80E+01	3,61E-02	1,74E+02	4,83E+03	9,76E-01	2,00E+00
7,51E+02	1,80E+01	6,34E-02	2,15E+02	3,39E+03	9,44E-01	2,00E+00
7,70E+02	1,80E+01	9,87E-02	2,65E+02	2,68E+03	9,05E-01	2,00E+00
7,88E+02	1,80E+01	1,76E-01	3,26E+02	1,85E+03	9,16E-01	2,00E+00
8,05E+02	1,80E+01	6,20E-01	4,01E+02	6,48E+02	9,76E-01	2,00E+00
8,22E+02	1,80E+01	4,26E+00	4,94E+02	1,16E+02	9,98E-01	2,00E+00
8,38E+02	1,80E+01	2,70E+01	6,09E+02	2,25E+01	1,45E+00	2,00E+00
8,53E+02	1,80E+01	1,18E+02	7,50E+02	6,33E+00	1,11E+00	2,00E+00

Rotameterdata 24°C slurry

Time s	Temperature C	Shear rate 1/s	Shear stress Pa	Viscosity Pa s	APP	note
3,11E+01	2,39E+01	1,17E-01	5,00E+01	4,27E+02	9,22E-01	2,00E+00
4,94E+01	2,39E+01	2,85E-01	6,16E+01	2,16E+02	1,00E+00	1,00E+00
7,58E+01	2,40E+01	1,95E+00	7,58E+01	3,89E+01	1,27E+00	2,00E+00
9,20E+01	2,40E+01	7,59E+00	9,34E+01	1,23E+01	9,94E-01	1,00E+00
1,15E+02	2,40E+01	2,01E+01	1,15E+02	5,74E+00	9,13E-01	2,00E+00
1,37E+02	2,40E+01	4,15E+01	1,42E+02	3,41E+00	9,56E-01	2,00E+00
1,51E+02	2,40E+01	9,89E+01	1,74E+02	1,76E+00	1,01E+00	1,00E+00
1,63E+02	2,40E+01	4,75E+01	2,15E+02	4,53E+00	1,00E+00	1,00E+00
1,82E+02	2,41E+01	1,92E+02	2,65E+02	1,38E+00	1,01E+00	1,00E+00
1,93E+02	2,41E+01	3,19E+02	3,26E+02	1,02E+00	9,92E-01	1,00E+00
2,27E+02	2,40E+01	7,39E-02	5,00E+01	6,76E+02	1,11E+00	2,00E+00
2,55E+02	2,40E+01	1,45E-01	6,16E+01	4,24E+02	9,83E-01	2,00E+00
2,81E+02	2,40E+01	1,30E+00	7,58E+01	5,85E+01	1,49E+00	2,00E+00
3,05E+02	2,40E+01	5,58E+00	9,34E+01	1,67E+01	9,99E-01	1,00E+00
3,22E+02	2,40E+01	2,20E+01	1,15E+02	5,22E+00	1,00E+00	1,00E+00
3,44E+02	2,40E+01	4,22E+01	1,42E+02	3,36E+00	8,85E-01	2,00E+00
3,57E+02	2,40E+01	9,69E+01	1,74E+02	1,80E+00	9,97E-01	1,00E+00
3,69E+02	2,40E+01	4,75E+01	2,15E+02	4,53E+00	1,00E+00	1,00E+00
3,88E+02	2,40E+01	1,92E+02	2,65E+02	1,38E+00	1,04E+00	2,00E+00
4,00E+02	2,40E+01	3,19E+02	3,26E+02	1,02E+00	9,95E-01	1,00E+00
4,33E+02	2,40E+01	7,39E-02	5,00E+01	6,77E+02	1,12E+00	2,00E+00
4,60E+02	2,40E+01	1,45E-01	6,16E+01	4,23E+02	9,92E-01	1,00E+00
4,87E+02	2,40E+01	1,54E+00	7,58E+01	4,92E+01	1,42E+00	2,00E+00
5,11E+02	2,40E+01	5,15E+00	9,34E+01	1,81E+01	8,90E-01	2,00E+00
5,29E+02	2,40E+01	2,09E+01	1,15E+02	5,51E+00	1,01E+00	1,00E+00
5,52E+02	2,40E+01	3,95E+01	1,42E+02	3,59E+00	8,69E-01	2,00E+00
5,66E+02	2,40E+01	9,42E+01	1,74E+02	1,85E+00	9,94E-01	1,00E+00
5,86E+02	2,40E+01	4,74E+01	2,15E+02	4,53E+00	8,05E-01	2,00E+00
6,05E+02	2,40E+01	1,92E+02	2,65E+02	1,38E+00	1,05E+00	2,00E+00
6,16E+02	2,40E+01	3,20E+02	3,26E+02	1,02E+00	9,95E-01	1,00E+00

Rotameterdata 22°C slurry

Time s	Temperature C	Shear rate 1/s	Shear stress Pa	Viscosity Pa s	APP	note
3,10E+01	2,17E+01	9,69E-02	5,00E+01	5,16E+02	9,51E-01	2,00E+00
5,92E+01	2,15E+01	1,74E-01	6,16E+01	3,53E+02	9,47E-01	2,00E+00
8,56E+01	2,14E+01	1,83E+00	7,58E+01	4,15E+01	1,16E+00	2,00E+00
1,09E+02	2,15E+01	8,06E+00	9,34E+01	1,16E+01	9,97E-01	1,00E+00
1,32E+02	2,17E+01	2,05E+01	1,15E+02	5,62E+00	9,07E-01	2,00E+00
1,54E+02	2,19E+01	4,44E+01	1,42E+02	3,19E+00	9,38E-01	2,00E+00
1,68E+02	2,20E+01	1,07E+02	1,74E+02	1,63E+00	1,00E+00	1,00E+00
1,80E+02	2,21E+01	4,74E+01	2,15E+02	4,53E+00	1,00E+00	1,00E+00
1,99E+02	2,22E+01	2,03E+02	2,65E+02	1,30E+00	1,03E+00	2,00E+00
2,10E+02	2,22E+01	3,31E+02	3,26E+02	9,86E-01	9,98E-01	1,00E+00
2,43E+02	2,22E+01	7,37E-02	5,00E+01	6,79E+02	1,10E+00	2,00E+00
2,71E+02	2,22E+01	1,42E-01	6,16E+01	4,35E+02	9,68E-01	2,00E+00
2,98E+02	2,21E+01	1,90E+00	7,58E+01	3,99E+01	1,42E+00	2,00E+00
3,14E+02	2,20E+01	7,73E+00	9,34E+01	1,21E+01	1,00E+00	1,00E+00
3,29E+02	2,20E+01	2,79E+01	1,15E+02	4,13E+00	1,01E+00	1,00E+00
3,51E+02	2,20E+01	4,90E+01	1,42E+02	2,89E+00	8,96E-01	2,00E+00
3,66E+02	2,19E+01	1,11E+02	1,74E+02	1,57E+00	9,96E-01	1,00E+00
3,79E+02	2,19E+01	4,74E+01	2,15E+02	4,53E+00	1,00E+00	1,00E+00
3,98E+02	2,19E+01	2,03E+02	2,65E+02	1,30E+00	1,04E+00	2,00E+00
4,09E+02	2,19E+01	3,30E+02	3,26E+02	9,87E-01	9,97E-01	1,00E+00
4,42E+02	2,19E+01	7,42E-02	5,00E+01	6,74E+02	1,08E+00	2,00E+00
4,70E+02	2,20E+01	1,44E-01	6,16E+01	4,27E+02	9,73E-01	2,00E+00
4,97E+02	2,20E+01	2,09E+00	7,58E+01	3,64E+01	1,38E+00	2,00E+00
5,19E+02	2,20E+01	7,92E+00	9,34E+01	1,18E+01	1,00E+00	1,00E+00
5,35E+02	2,20E+01	2,82E+01	1,15E+02	4,09E+00	9,92E-01	1,00E+00
5,57E+02	2,21E+01	4,82E+01	1,42E+02	2,94E+00	8,71E-01	2,00E+00
5,70E+02	2,21E+01	1,14E+02	1,74E+02	1,53E+00	9,97E-01	1,00E+00
5,83E+02	2,21E+01	4,74E+01	2,15E+02	4,53E+00	1,00E+00	1,00E+00
6,02E+02	2,20E+01	2,02E+02	2,65E+02	1,31E+00	1,03E+00	2,00E+00
6,13E+02	2,20E+01	3,32E+02	3,26E+02	9,82E-01	1,00E+00	1,00E+00

Rotameterdata 20°C

Time s	Temperature C	Shear rate 1/s	Shear stress Pa	Viscosity Pa s	APP	note
3,11E+01	2,00E+01	8,41E-02	5,00E+01	5,94E+02	9,82E-01	2,00E+00
5,46E+01	2,00E+01	1,55E-01	6,16E+01	3,96E+02	9,91E-01	1,00E+00
8,11E+01	2,00E+01	1,41E+00	7,58E+01	5,36E+01	1,28E+00	2,00E+00
1,00E+02	2,00E+01	6,57E+00	9,34E+01	1,42E+01	9,92E-01	1,00E+00
1,21E+02	2,00E+01	1,89E+01	1,15E+02	6,08E+00	9,93E-01	1,00E+00
1,43E+02	2,00E+01	3,73E+01	1,42E+02	3,80E+00	9,29E-01	2,00E+00
1,57E+02	2,00E+01	9,97E+01	1,74E+02	1,75E+00	1,00E+00	1,00E+00
1,70E+02	2,00E+01	4,75E+01	2,15E+02	4,52E+00	1,00E+00	1,00E+00
1,89E+02	2,00E+01	2,00E+02	2,65E+02	1,33E+00	1,04E+00	2,00E+00
2,00E+02	2,00E+01	3,28E+02	3,26E+02	9,95E-01	9,96E-01	1,00E+00
2,33E+02	2,00E+01	6,87E-02	5,00E+01	7,28E+02	1,09E+00	2,00E+00
2,61E+02	2,00E+01	1,25E-01	6,16E+01	4,95E+02	9,32E-01	2,00E+00
2,88E+02	2,00E+01	1,65E+00	7,58E+01	4,60E+01	1,14E+00	2,00E+00
3,12E+02	2,00E+01	7,02E+00	9,34E+01	1,33E+01	9,54E-01	2,00E+00
3,36E+02	2,00E+01	2,13E+01	1,15E+02	5,39E+00	8,85E-01	2,00E+00
3,58E+02	2,00E+01	4,47E+01	1,42E+02	3,17E+00	9,41E-01	2,00E+00
3,71E+02	2,00E+01	1,04E+02	1,74E+02	1,68E+00	1,00E+00	1,00E+00
3,83E+02	2,00E+01	4,75E+01	2,15E+02	4,53E+00	1,00E+00	1,00E+00
4,02E+02	2,00E+01	2,06E+02	2,65E+02	1,29E+00	1,04E+00	2,00E+00
4,14E+02	2,00E+01	3,32E+02	3,26E+02	9,81E-01	9,97E-01	1,00E+00
4,46E+02	2,00E+01	6,82E-02	5,00E+01	7,33E+02	1,10E+00	2,00E+00
4,74E+02	2,00E+01	1,28E-01	6,16E+01	4,81E+02	9,48E-01	2,00E+00
5,01E+02	2,00E+01	1,93E+00	7,58E+01	3,92E+01	1,24E+00	2,00E+00
5,26E+02	2,00E+01	7,03E+00	9,34E+01	1,33E+01	9,53E-01	2,00E+00
5,49E+02	2,00E+01	2,23E+01	1,15E+02	5,17E+00	8,92E-01	2,00E+00
5,71E+02	2,00E+01	4,35E+01	1,42E+02	3,25E+00	9,19E-01	2,00E+00
5,86E+02	2,00E+01	1,04E+02	1,74E+02	1,67E+00	9,97E-01	1,00E+00
5,99E+02	2,00E+01	4,75E+01	2,15E+02	4,53E+00	1,00E+00	1,00E+00
6,18E+02	2,00E+01	2,06E+02	2,65E+02	1,28E+00	1,03E+00	2,00E+00
6,29E+02	2,00E+01	3,32E+02	3,26E+02	9,81E-01	9,96E-01	1,00E+00

Rotameterdata 18°C slurry

Time s	Temperature C	Shear rate 1/s	Shear stress Pa	Viscosity Pa s	APP	note
1,97E+01	1,81E+01	8,22E-02	5,00E+01	6,08E+02	9,94E-01	1,00E+00
4,79E+01	1,80E+01	1,24E-01	6,16E+01	4,97E+02	8,90E-01	2,00E+00
7,43E+01	1,80E+01	7,59E-01	7,58E+01	9,99E+01	1,56E+00	2,00E+00
9,91E+01	1,79E+01	3,06E+00	9,34E+01	3,05E+01	9,45E-01	2,00E+00
1,23E+02	1,79E+01	1,15E+01	1,15E+02	9,98E+00	9,70E-01	2,00E+00
1,45E+02	1,79E+01	2,63E+01	1,42E+02	5,40E+00	8,71E-01	2,00E+00
1,62E+02	1,79E+01	6,04E+01	1,74E+02	2,89E+00	9,92E-01	1,00E+00
1,74E+02	1,79E+01	1,56E+02	2,15E+02	1,37E+00	1,00E+00	1,00E+00
1,86E+02	1,79E+01	4,74E+01	2,65E+02	5,58E+00	1,00E+00	1,00E+00
1,97E+02	1,80E+01	2,90E+02	3,26E+02	1,12E+00	1,00E+00	1,00E+00
2,30E+02	1,80E+01	4,79E-02	5,00E+01	1,04E+03	1,16E+00	2,00E+00
2,48E+02	1,81E+01	1,02E-01	6,16E+01	6,06E+02	9,90E-01	1,00E+00
2,74E+02	1,81E+01	5,71E-01	7,58E+01	1,33E+02	2,00E+00	2,00E+00
2,99E+02	1,81E+01	2,80E+00	9,34E+01	3,33E+01	9,81E-01	2,00E+00
3,21E+02	1,81E+01	1,12E+01	1,15E+02	1,02E+01	9,90E-01	1,00E+00
3,43E+02	1,80E+01	2,33E+01	1,42E+02	6,07E+00	8,58E-01	2,00E+00
3,56E+02	1,80E+01	5,98E+01	1,74E+02	2,92E+00	1,00E+00	1,00E+00
3,72E+02	1,80E+01	1,57E+02	2,15E+02	1,37E+00	1,01E+00	1,00E+00
3,84E+02	1,79E+01	4,74E+01	2,65E+02	5,58E+00	1,00E+00	1,00E+00
3,95E+02	1,79E+01	2,91E+02	3,26E+02	1,12E+00	9,94E-01	1,00E+00
4,28E+02	1,79E+01	4,70E-02	5,00E+01	1,06E+03	1,18E+00	2,00E+00
4,56E+02	1,79E+01	9,74E-02	6,16E+01	6,32E+02	9,74E-01	2,00E+00
4,83E+02	1,79E+01	3,24E-01	7,58E+01	2,34E+02	1,56E+00	2,00E+00
5,08E+02	1,80E+01	2,76E+00	9,34E+01	3,38E+01	1,02E+00	2,00E+00
5,31E+02	1,80E+01	1,06E+01	1,15E+02	1,08E+01	9,60E-01	2,00E+00
5,53E+02	1,80E+01	2,40E+01	1,42E+02	5,90E+00	8,82E-01	2,00E+00
5,67E+02	1,81E+01	5,79E+01	1,74E+02	3,02E+00	9,90E-01	1,00E+00
5,85E+02	1,81E+01	1,57E+02	2,15E+02	1,37E+00	1,01E+00	1,00E+00
5,97E+02	1,81E+01	4,75E+01	2,65E+02	5,58E+00	1,00E+00	1,00E+00
6,09E+02	1,81E+01	2,89E+02	3,26E+02	1,13E+00	9,95E-01	1,00E+00